

ПЕРЕХОД ОТ НЕБЕСНОЙ СИСТЕМЫ КООРДИНАТ К ЗЕМНОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ И ОБРАТНО

Перевод: Чинилина М.А., научный редактор: Пасынок С.Л.

ГМЦ ГСВЧ ФГУП «ВНИИФТРИ», Менделеево, Московская обл., Россия

тел. ++7-(495)-660-5725, chinilina@vniiftri.ru

Настоящая публикация представляет собою перевод с английского на русский язык главы 5 стандартов Международной службы вращения Земли и опорных систем (IERS Conventions 2010) [1], выполненный в ГМЦ ГСВЧ. В ней собраны основные требования (стандарты) Международной службы вращения Земли и опорных систем (МСВЗ, IERS), действующие в области определения параметров вращения Земли (ПВЗ, ЕОР) и являющиеся основой обеспечения единства измерений в области определения ПВЗ в международном масштабе.

Ключевые слова: метрология и стандартизация, параметры вращения Земли, движение земного полюса, движение небесного полюса, прецессия, нутация, всемирное время

1. Введение

Настоящая публикация представляет собою перевод с английского на русский язык главы 5 стандартов Международной службы вращения Земли и опорных систем (IERS Conventions 2010) [1], выполненный в ГМЦ ГСВЧ (Главном метрологическом центре Государственной службы времени, частоты и определения параметров вращения Земли). Государственная служба времени, частоты и определения параметров вращения Земли (ГСВЧ) – это межведомственная организация, объединяющая усилия предприятий различных министерств и ведомств, направленные на определение точных значений времени, частоты и национальной шкалы времени UTC(SU), а также параметров вращения Земли и, в том числе, обеспечение единства измерений в этой части. Согласно Постановлению Правительства РФ №225, на ГМЦ ГСВЧ возложено научное, методическое и оперативное обеспечение работы ГСВЧ.

В международном масштабе в части определения параметров вращения Земли (ПВЗ, ЕОР) аналогичную роль выполняет Международная служба вращения Земли и опорных систем (МСВЗ, IERS). Важной составляющей этой работы является разработка и поддержание в актуальной форме стандартов МСВЗ. В настоящее время на английском языке эти стандарты называются IERS Conventions, но в этой публикации они именуются как Стандарты МСВЗ (в полном соответствии с их прежним наименованием: IERS Standards), поскольку они содержат фундаментальные положения по обеспечению единства измерений в области параметров вращения Земли (ПВЗ, ЕОР). Им и посвящена настоящая публикация.

Прежде чем начать изложение стандартов, следует дать несколько пояснений по переводу. Термин ITRS, ICRS и другие здесь переведены в соответствии с ГОСТ Р 8.699-2010. Нумерация пунктов и формул соответствует формулам в оригинальном источнике с добавлением «5.» перед цифрой. Например, формуле (1) в этой публикации в оригинальном источнике соответствует формула (5.1). Обозначения физических величин даны в соответствии с ГОСТ 8.417-2002.

Для перехода от Международной земной опорной системы координат (МЗСК, ITRS) к геоцентрической небесной опорной системе координат (ГНСК, GCRS) в заданный момент времени t должно использоваться преобразование, которое может быть записано в следующем виде:

$$[GCRS] = Q(t)R(t)W(t)[ITRS], \quad (1)$$

где $Q(t), R(t), W(t)$ - матрицы, учитывающие движение небесного промежуточного полюса в ГНСК (прецессия, нутация), осевое вращение Земли относительно направления небесного промежуточного полюса и движение полюса ЗСК относительно направления небесного промежуточного полюса. (CRS и TRS – английские эквиваленты НСК и ЗСК). Отметим, что вид преобразования (1) не опирается на выбор конкретной материализации небесного полюса и начала отсчета прямых восхождений на экваторе для этого полюса.

Определения геоцентрической небесной опорной системы координат (ГНСК, GCRS) и Международной земной опорной системы координат (МЗСК, ITRS), а также процедура преобразования от МЗСК к ГНСК и обратно, представленные в этой главе, соответствуют требованиям резолюций Международного астрономического союза (МАС, IAU) 2000/2006 (см. [http://syte.obspm.fr/IAU resolutions/Resol-UAI.htm](http://syte.obspm.fr/IAU%20resolutions/Resol-UAI.htm)). Более подробное объяснение соответствующих концепций, программное обеспечение и продукты МСВЗ, соответствующие резолюциям МАС 2000, можно найти в Технических рекомендациях (стандартах) МСВЗ № 29 [2], а также в ряде последующих публикаций, упомянутых в следующих разделах.

В настоящей публикации выполнены рекомендации по терминологии, представленные в резолюциях МАС 2003-2006, составленных Рабочей Группой МАС в "Терминология фундаментальной астрономии" (ТФА, NFA) [3]. Мы будем ссылаться на эти рекомендации как на "NFA рекомендации". Также здесь используются определения, установленные этой Рабочей группой в "Словаре терминов NFA" (доступен на сайте <http://syte.obspm.fr/iauWGnfa/>).

Уравнение (1), также, как и последующие формулы в этом разделе, являются теоретическими формулировками, относящимися к "системам" отсчёта. Однако, должно быть понятно, что вычисление этих формул предусматривает материализацию систем координат, принятых МАС и Международным геодезическо-геофизическим союзом (МГГС, IUGG), т.е. Международной земной опорной системы координат (МЗСК) и Международной небесной опорной системы координат (МНСК), соответственно.

Численные значения, приведенные здесь, соответствуют решениям генеральной ассамблеи МАС 2003, что обеспечивает совместимость с прецессией МАС 2006. Программное обеспечение для выполнения преобразований описано в конце главы.

Преобразование между земной и небесной системами координат необходимо также для вычисления направлений на небесные объекты в промежуточных системах координат, процесс преобразований между этими системами, в соответствии с резолюциями МАС, также представлен в конце этой главы, включая блок-схему, предоставленную Рабочей группой NFA МАС, для иллюстрации различных этапов процедуры преобразования.

2. Структура резолюций МАС2000/2006

На XXIV и XXVI Генеральных Ассамблеях МАС (Манчестер, Август 2000 и Париж, Август 2006) был принят ряд резолюций, относящихся к переходу между земной и небесной системами координат (полный текст резолюций см. по адресу <http://syte.obspm.fr/iauWGnfa/>). Эти резолюции были одобрены МГГС в 2003 и 2007 гг., соответственно.

2.1 Резолюции МАС2000

В этом пункте последовательно рассмотрен ряд нижеследующих резолюций МАС 2000.

2.1.1 Резолюция В1.3 определяет, что пространственно-временные системы координат для Солнечной системы и Земли, отвечающие требованиям общей теории относительности и определенные в Резолюции МАС А4 (1991), будут именоваться как барицентрическая небесная опорная система координат (БНСК, BCRS) и геоцентрическая небесная опорная система координат (ГНСК, GCRS), соответственно. Кроме того, определен вид метрического тензора в этих СК и преобразования между ними с точностью до первых постньютоновских поправок.

2.1.2 Резолюция В1.6 информирует о том, что с 1 января 2003 года старые теории прецессии МАС1976 и нутации МАС1980 заменяются теорией прецессии/нутации МАС2000, основанной на передаточной функции теории МНВ2000 [4]. Для высокоточных наблюдений (с точностью около $0,0002''$) предлагается использовать полную подпрограмму IAU2000A, а для обычных (с точностью $0,001''$) - укороченную подпрограмму IAU2000B. Подробный анализ теории нутации нетвёрдой Земли проводится в работе [5]. Добавим, что теория представляет собой величину смещения между средним полюсом и равноденствием на эпоху J2000 и ГНСК. Прецессионная часть теории МАС 2000A содержит только поправки к скорости прецессии МАС1976, и, следовательно, не соответствует теории динамики. Поэтому резолюция В1.6 МАС2000, которая рекомендует теорию прецессии/нутации МАС2000A, в тоже время поддерживает развитие новых выражений для прецессии, согласующихся с теорией динамики и нутацией МАС2000A.

2.1.3 Резолюция В1.7 информирует о том, что с 1 января 2003 небесный эфемеридный полюс (НЭП, CEP) заменяется на небесный промежуточный полюс (НПП, CIP). НПП определяется заданием его направления на эпоху J2000 и заданием его движения в ГНСК и МЗСК (ITRS). В низкочастотной области НПП совпадает с НЭП, но отличается от НЭП в высокочастотной области [6].

2.1.4 Резолюция В1.8 МАС2000 рекомендует использовать "невращающиеся начала" [7]. За начало долгот на экваторе НПП в ГНСК и МЗСК, в соответствии с резолюцией МАС2006, вместо ранее использовавшихся небесного эфемеридного начала (НЭН, CEO) и земного эфемеридного начала (ЗЭН, TEO) вводятся небесное промежуточное начало (НПН, CIO) и земное промежуточное начало (ЗПН, TIO), соответственно.

Угол вращения Земли (ERA) определяется как угол, измеренный вдоль экватора НПП между НПН и ЗПН, а всемирное время UT1 как величина, линейно связанная с определенным таким образом углом вращения Земли. Резолюция В1.8 МАС2000 также рекомендует определять преобразование между ГНСК и МЗСК заданием положения небесного промежуточного полюса в этих СК и угла вращения Земли. Окончательно было определено, что МСВЗ начнет предпринимать шаги по выполнению этих рекомендаций с 1 января 2003 г. и продолжит обеспечивать пользователей данными и алгоритмами для традиционного преобразования.

Резолюции В1.6, В1.7 и В1.8 вступили в силу 1 января 2003 г. К этому времени были созданы необходимые модели, процедуры, данные и программное обеспечение доступные на сервере и реализующие стандарты МСВЗ 2003 службы "Стандарты фундаментальной астрономии (SOFA)" (пункт 9, [8]) для успешной материализации этих резолюций.

2.2 Резолюции МАС2006

В этом пункте последовательно рассмотрен ряд нижеследующих резолюций МАС 2006.

2.2.1 Резолюция В1 МАС 2006, предложенная Рабочей группой МАС 2003-2006 по теме "Прецессия и Эклиптика" [9], рекомендует, начиная с 1 января 2009 г., прецессионные параметры в теории прецессии/нутации МАС 2000A заменить теорией P03 [10]

(2003) в соответствии с теорией динамики и нутацией МАС 2000. Мы будем ссылаться на эту теорию как "Прецессия МАС 2006".

Эта резолюция также разъясняет определения прецессии экватора и прецессии эклиптики.

2.2.2 Резолюция В2 МАС 2006, являющаяся дополнением к резолюциям МАС 2000, содержит два следующих положения.

2.2.2.1 Введение понятия "промежуточный" в названиях полюса и начала отсчета (т.е. небесного и земного промежуточных начал, НПН и ЗПН, вместо НЭН и ЗЭН, соответственно) и определение небесной и земной "промежуточных" систем.

2.2.2.2 Барицентрическая небесная система координат (БНСК) и геоцентрическая небесная система координат (ГНСК) должны быть ориентированы, если не указано иначе, в соответствии с осями Международной земной системы координат (МЗСК).

2.2.3 Теория прецессии/нутации, полученная в результате резолюций В1.6 МАС 2000 и В1 МАС 2006, далее будет обозначаться как "прецессия/нутация МАС 2006/2000". Описание этой модели приведено в разделах 6.1 и 6.2.

3. Материализация требований резолюций МАС2000 и МАС 2006

3.1 Пространственно-временные системы координат МАС 2000/2006

Для удовлетворения требований резолюции В1.3 МАС 2000, координаты в небесной системе, упомянутые в уравнении (1), должны являться геоцентрическими пространственными координатами в ГНСК. Согласно резолюции А4 МАС 1991, оси этой СК не должны содержать пространственного вращения, зависящего от временной координаты. Это означает, что геодезические прецессия и нутация должны быть включены в модель прецессии/нутации. Кроме того, согласно резолюции В2 МАС 2006, БНСК и ГНСК ориентированы по осям МЗСК.

Резолюция МАС А4(1991) определяет геоцентрическое координатное время (ГКВ, TCG) и барицентрическое координатное время (БКВ, TCB) как временные координаты в ГНСК и БНСК, соответственно.

Земное время (ЗМВ, TT) определяется как величина, реализуемая шкалой международного атомного времени (МАВ, TAI) + 32,184 с. Резолюции МАС 2000/2006 разъясняют понятия земного времени (ЗМВ) и барицентрического динамического времени (БДВ). Земное время (ЗМВ) должно быть переопределено, согласно резолюции В1.9 (2000), как время, отличающееся от геоцентрического координатного времени (ГКВ, TCG) на постоянную величину, которая входит в состав астрономических постоянных. Также барицентрическое динамическое время (БДВ, TDB) переопределено Резолюцией В3 МАС 2006 как линейное преобразование барицентрического координатного времени (БКВ, TCB), с коэффициентами, которые также входят в состав астрономических постоянных.

Параметр t , который используется в дальнейших формулах, есть земное время TT, выраженное в Юлианских столетиях, прошедших с эпохи J2000, и определяется согласно:

$$t \equiv \frac{(TT - TT_{1\text{января}2000г.12:00})}{36525}, \quad (2)$$

где земное время (TT) выражено в днях, а Юлианская дата на эпоху 1 января 2000 г. в 12 часов земного времени по определению равна 2451545.0 Юлианскому дню земного времени (Резолюция С7 (1994)).

3.2 Разделение движения небесного промежуточного полюса

Согласно резолюции В1.7, НПП – это промежуточный полюс, разделяющий движение полюса ЗСК в НСК на две части:

- движение НПП в небесной СК (прецессия/нутаия), включающее члены с периодами более двух дней в НСК (т.е. частотами от $-0,5$ до $0,5$ оборотов в звездные сутки в НСК);

- движение НПП в земной СК (движение полюса), включающее члены с периодами вне обратной суточной полосы в ЗСК (т.е. частотами менее $-1,5$ и более $-0,5$ оборотов в звездные сутки);

Следующая таблица 1 иллюстрирует разделение частот между движением полюса и нутаией в ЗСК и НСК.

Таблица 1. Разделение движения НПП на прецессию и нутаию

	Движение полюса	Нутаия
Частоты в ЗСК	$(-\infty; -1,5) \cup (-0,5; +\infty)$	$(-1,5; -0,5)$
Частоты в НСК	$(-\infty; -0,5) \cup (+0,5; +\infty)$	$(-0,5; +0,5)$

3.3 Материализация требований МАС 2000/2006 для небесного промежуточного полюса

Для обеспечения выполнения требований резолюций В1.6 МАС 2000 и В1 МАС 2006, матрица $Q(t)$ в уравнении (1), начиная с 1 января 2009 г., должна вычисляться согласно теории прецессии МАС 2006 и нутаии IAU2000A или IAU2000B, в зависимости от требуемой точности (совокупности теорий прецессии/нутаии обозначаются как МАС 2006/2000A и МАС 2006/2000B, соответственно). Резолюция В1 МАС 2006, принявшая прецессию МАС 2006, не устанавливает конкретных параметров, оставляя выбор за пользователем. Различные способы вычисления матрицы прецессии/нутаии, основанные на строгой процедуре в рамках МАС 2006, рассмотрены в работе [11], в которой также приведены методы вычисления прецессии/нутаии, соответствующие резолюциям МАС 2006. Методы, представленные в следующих разделах, основаны на результатах работы [11].

Для обеспечения требований резолюции В1.7 реализацией небесного полюса должен являться НПП. Для этого требуется некоторое смещение полюса в стандартной модели прецессии/нутаии, а также суточные и высокочастотные вариации во вращении Земли. Согласно этой резолюции, положение НПП на эпоху 2000.0 должно быть смещено от полюса ГНСК способом, соответствующим модели прецессии/нутаии МАС 2006/2000A. Движение НПП в ГНСК определяется (см. раздел 3.2) теорией МАС для прецессии и лунно-солнечной нутаии на периоды более двух суток и дополнительными временными поправками, которые определяются МСВЗ по результатам астрономо-геодезических измерений. Движение НПП в МЗСК определяется МСВЗ путём моделирования вариаций вне обратного суточного диапазона частот и добавлением поправок по результатам астрономо-геодезических измерений.

Таким образом, для реализации НПП необходим мониторинг отклонений положения НПП от его расчетного, основанного на теории прецессии/нутаии МАС 2006/2000, положения или "смещения земного полюса" на заданную эпоху. Также необходим мониторинг движения НПП в ЗСК с учетом его предсказуемой части (нутаии с периодами меньше 2 суток в ГНСК) и приливных вариаций.

3.4 Порядок перехода от земной к небесной СК и обратно, отвечающий требованиям резолюций МАС 2000/2006

В Соглашениях МСВЗ 1996 и 2003 предлагались две равнозначные процедуры для вычисления матрицы перехода от ЗСК к НСК. Согласно рекомендациям NFA, эти процедуры, отличающиеся от классической, были названы как "основанная на ТВР" (где ТВР – точка весеннего равноденствия даты) и "основанная на НПН". Каждая из этих процедур использует определенные матрицы перехода $Q(t)$ и $R(t)$ в уравнении (1), которые зависят от начала координат на экваторе НПП, в то время как матрица $W(t)$ является общей для двух процедур.

Резолюции В1.3, В1.6, В1.7 МАС 2000 и В1 МАС 2006 могут быть реализованы в любой из этих двух процедур, если выполняются требования, описанные в разделах 5.3.1 и 5.3.3 для пространственно-временных координат в ГНСК, для теории прецессии/нута-ции на основе значений прецессии/нута-ции, используемых в матрице $Q(t)$ и положения полюса, используемого в матрице $W(t)$. С другой стороны, только процедура, основанная на НПН, может быть согласована с резолюцией В 1.8 МАС 2000, которая предусматривает использование "невращающихся начал" и положения НПП как в ГНСК, так и в МЗСК. Поэтому в Стандартах МСВЗ2010 (IERS Conventions 2010) уделяется больше внимания процедуре на основе НПН, для реализации резолюций МАС. Тем не менее, МСВЗ должна предоставлять пользователям данные и алгоритмы для классического преобразования, которое подразумевает, в частности, что понятие "Гринвичское звездное время (ГЗВ, GST)" должно быть согласовано с новой процедурой.

В следующих разделах приведены подробные данные о процедуре "основанной на НПН" и классических преобразованиях, необходимые для вычисления числовых значений соответствующих параметров для обеих процедур на дату наблюдения.

4 Координатные преобразования, отвечающие требованиям резолюций МАС2000/2006

Преобразование (1) для перехода от МЗСК к ГНСК, в соответствии с резолюцией В1.8 МАС 2000, содержит, как описано ниже, три основных компонента $Q(t)$, $R(t)$, $W(t)$.

Согласно резолюции В2 МАС 2006, система координат на дату t , полученная из МЗСК путем применения матрицы $W(t)$ для обеих процедур – это земная промежуточная система координат (ЗПСК, TIRS), использующая НПП в качестве направления оси OZ, и ЗПН в качестве направления оси OX.

В процедуре, основанной на НПН, применяется промежуточная система координат на дату t , использующая НПП в качестве направления оси OZ и НПН в качестве направления оси OX. Согласно резолюции В2 МАС 2006, она называется небесной промежуточной системой координат (НПСК, CIRS). В НПСК используется угол вращения Земли (УВЗ, ERA) в матрице $W(t)$, а также две координаты НПП в ГНСК [12] в матрице $Q(t)$.

В классической процедуре применяется промежуточная небесная система координат на дату t , использующая НПП в качестве направления оси OZ и равноденствие в качестве направления оси OX. Она называется "Система истинного равноденствия и экватора даты" или "Эфемеридной системой координат" (ЭСК, ERS). В этой системе используется Гринвичское звездное время (GST) в матрице $R(t)$ и классические параметры прецессии/нута-ции в матрице $Q(t)$.

Каждый из компонентов $Q(t)$, $R(t)$, $W(t)$ в уравнении (1) представляет собой матрицу вращения вокруг осей 1, 2 и 3. В последующих формулах R_1 , R_2 и R_3 обозначают

матрицы вращения в положительном направлении на некоторый угол вокруг осей 1, 2 и 3. Положение НПП в ЗСК и НСК определяется компонентами x и y единичного вектора в направлении НПП. Эти компоненты называются "координатами" и их числовые выражения умножаются на $1296000''/2\pi$ для того, чтобы соответствующие "углы" были выражены в угловых секундах.

4.1 Выражение для матрицы движения земного полюса

Матрица движения полюса (относительно МЗСК и ЗПСК) может быть представлена следующим образом:

$$W(t) = R_3(-s')R_2(x_p)R_1(y_p), \quad (3)$$

где x_p и y_p - координаты НПП в МЗСК, а s' - величина, называемая "ЗПН параметр" ("TIO locator"), обеспечивающая неподвижность положения ЗПН на экваторе НПП, в соответствии с определением "невращающегося начала" в МЗСК, в то время как НПП смещается из-за движения полюса. Угол s' выражается через координаты полюса x_p, y_p следующим образом:

$$s'(t) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^t (x_p \ddot{y}_p - \ddot{x}_p y_p) dt. \quad (4)$$

Использование угла s' , которым классическая процедура пренебрегала до 1 января 2003 года, необходимо чтобы обеспечить точную реализацию "неподвижного нулевого меридиана".

4.2 Выражение для матрицы осевого вращения Земли, основанной на НПП

Матрица осевого вращения Земли $R(t)$, для координатного преобразования от ЗСК к НСК, основанного на НПП, выражается следующим образом:

$$R(t) = R_3(-ERA), \quad (5)$$

где ERA - угол вращения Земли, измеряемый между НПП и ЗПН на дату t вдоль экватора НПП и обеспечивающий точное определение осевого вращения Земли.

4.3 Матрица осевого вращения Земли для преобразования, основанного на равноденствии

Матрицу осевого вращения Земли $R(t)$ для преобразования, основанного на равноденствии, можно получить из классического преобразования от ЗПСК к системе истинного равноденствия и экватора даты. В матрице используется истинное звездное Гринвичское время, т.е. угол между равноденствием и ЗПН вместо УВЗ (ERA).

4.4 Матрица преобразования, основанного на движении НПП в НСК

Матрица координатного преобразования, основанного на движении НПП в НСК, может быть представлена следующим образом:

$$Q(t) = R_3(-E)R_2(-d)R_3(E)R_3(s), \quad (6)$$

где E и d - полярные координаты НПП в НСК, связанные с декартовыми координатами соотношениями:

$$X = \sin d \cos E, \quad Y = \sin d \sin E, \quad Z = \cos d, \quad (7)$$

s – угол между точкой весеннего равноденствия и НПН, называемый "НПН параметр" ("CIO locator"), в соответствии с кинематическим определением "невращающегося начала" в ГНСК, обеспечивающий положение НПН на экваторе НПП при движении НПП в ГНСК, вызванном прецессией/нутацией. Он выражается через координаты НПП в НСК следующим образом [6]:

$$s(t) = -\int_{t_0}^t \frac{X(t)Y(t) - Y(t)X(t)}{1 + Z(t)} dt - (\sigma_0 N_0 - \Sigma_0 N_0), \quad (8)$$

где σ_0 и Σ_0 – определяют положение НПН на начальную эпоху J2000 и направления оси ОХ в ГНСК, а N_0 – угол восходящего узла экватора на начальную эпоху J2000 по отношению к экватору ГНСК. Если ограничиться точностью 1 микросекунда за сто лет, то:

$$s(t) = -\frac{1}{2} [X(t)Y(t) - X(t_0)Y(t_0)] + \int_{t_0}^t Y(t)X(t) dt - (\sigma_0 N_0 - \Sigma_0 N_0). \quad (9)$$

Произвольная постоянная $(\sigma_0 N_0 - \Sigma_0 N_0)$ ранее выбиралась равной нулю [6], однако теперь она выбрана таким образом, чтобы обеспечить непрерывность результатов классической процедуры на начальную эпоху J2003 (см.(31)).

Матрица прецессии/нутаации $Q(t)$ может быть также представлена в виде:

$$Q(t) = \begin{pmatrix} 1 - aX^2 & -aXY & X \\ -aXY & 1 - aY^2 & Y \\ -X & -Y & 1 - a(X^2 + Y^2) \end{pmatrix} R_3(s), \quad (10)$$

где $a = 1/(1 + \cos d)$. С точностью 1 микросекунда за столетие можно записать $a = 1/2 + 1/8(X^2 + Y^2)$.

Такое представление уравнения (1) позволяет получить очень простые выражения для частных производных наблюдаемых UT1 и небесных координат НПП относительно земных координат НПП.

4.5 Матрица прецессии/нутаации $Q(t)$ для преобразования, основанного на равноденствии

Матрица преобразования, основанного на равноденствии, полученная путем перехода от истинного равноденствия и экватора даты к ГНСС, может быть представлена несколькими способами в зависимости от выбора различных параметров.

4.5.1 Одним из строгих способов является рекомендованный в предыдущей версии Стандартов МСВЗ. Он состоит из классической матрицы прецессии (использующей углы нутаации $\Delta\psi$, $\Delta\epsilon$ в долготе и наклоне, отнесенные к эклиптике даты и среднему наклону, ϵ_A), матрицы прецессии, включающей четыре поворота $(R_1(-\epsilon_0) \cdot R_3(\psi_A) \cdot R_1(\omega_A) \cdot R_3(-\chi_A))$, и отдельную матрицу вращения для смещения систем отсчета. Углы прецессии были взяты те же, что и в работе [13]: ϵ_0 – наклон эклиптики на эпоху J2000.0; ψ_A и ω_A – углы прецессии в долготе и наклоне, отнесенные к эклиптике эпохи; χ_A – прецессия эклиптики вдоль экватора.

4.5.2 Другим способом является предложенный в работе [14], как развитие первоначально предложенного в работе [15]. Этот способ более краткий, чем предыдущий, так как он относится непосредственно к полюсу и началу отсчета в ГНСК, применяется без смещения систем отсчета и не требует отдельного вычисления прецессии и нутаации. Он состоит из четырех параметров вращения: $(R_1(-\epsilon) \cdot R_3(-\psi) \cdot R_1(\bar{\phi}) \cdot R_3(\bar{\gamma}))$, где углы ϵ и ψ ,

получены путем суммирования результатов смещения, прецессии и нутации в наклоне и долготе эклиптики. Соответственно, это наклон эклиптики даты к экватору ГНСК и прямое восхождение пересечения эклиптики даты с экватором ГНСК.

5 Параметры, используемые в преобразовании

5.1 Движение небесного промежуточного полюса (НПП) в МЗСК

Если значения координат земного полюса x_p, y_p (3) не определяются из наблюдений, то для предвычисления их наблюдаемых значений необходимо к опубликованным МСВЗ стандартным значениям добавить дополнительные поправки, учитывающие эффекты от влияния океанов $(\Delta x, \Delta y)_{\text{ocean tides}}$ и вынужденных либраций $(\Delta x, \Delta y)_{\text{libration}}$ с периодами менее 2 суток:

$$(x_p, y_p) = (x, y)_{\text{IERS}} + (\Delta x, \Delta y)_{\text{ocean tides}} + (\Delta x, \Delta y)_{\text{libration}}, \quad (11)$$

где $(x_p, y_p)_{\text{IERS}}$ - стандартные координаты полюса, публикуемые МСВЗ,

$(\Delta x, \Delta y)_{\text{ocean tides}}$ – суточные и полусуточные приливные поправки в координаты полюса за влияние океанов и $(\Delta x, \Delta y)_{\text{libration}}$ – поправки за влияние высших гармоник в приливном потенциале, соответствующие движению с периодами менее 2 суток, которые не являются частью модели нутации МАС 2000. Эти поправки подробно описаны ниже.

5.1.1 Вычисление приливных и либрационных воздействий на координаты земного полюса x_p, y_p

Близсуточные гармоники движения полюса не включены в состав $(x, y)_{\text{IERS}}$, распространяемых МСВЗ, поэтому их необходимо добавить после интерполяции. Это выполняется с помощью подпрограммы INTERP.F Центрального бюро МСВЗ, которая последовательно интерполирует значения $x_{\text{IERS}}, y_{\text{IERS}}$ на выбранную дату и затем вводит в полученные значения приливные поправки $(\Delta x, \Delta y)_{\text{ocean tides}}$ (согласно таблицам 8.2a и 8.2b, [1]) и либрационные поправки $(\Delta x, \Delta y)_{\text{libration}}$ из таблицы 1a. Долгопериодические и вековые гармоники от вынужденных либраций уже содержатся в наблюдаемом движении полюса и нет необходимости добавлять их к распространяемым МСВЗ величинам $(x, y)_{\text{IERS}}$.

5.1.2 Приливные поправки $(\Delta x, \Delta y)_{\text{ocean tides}}$ в координаты земного полюса x_p, y_p

Значения приливных поправок $(\Delta x, \Delta y)_{\text{ocean tides}}$ для суточных и околосуточных гармоник вычисляются по алгоритму, описанному в Главе 8 [1]. В таблицах 8.2a и 8.2b [1] содержатся значения амплитуд и параметров для 71-ой приливной составляющей суточных и полусуточных гармоник, которые вычисляются подпрограммой ORTHO_EOP.F, основанной на теории из работы [16]. Эта программа доступна на сайте Стандартов МСВЗ.

5.1.3 Либрационные поправки $(\Delta x, \Delta y)_{\text{libration}}$ к координатам земного полюса x_p, y_p

Согласно определению НПП (Резолюция В1.7 МАС 2000) вынужденные вращения с периодом менее 2 суток не включены в теорию нутации МАС 2000 и поэтому должны быть учтены в теории движения полюса в МЗСК.

Последние модели нутации абсолютно твёрдой Земли [17-23] учитывают прямые суточные и полусуточные (в ГНСК) гармоники с амплитудами до 15 микросекунд дуги. Полусуточные и суточные гармоники учтены также и в теориях абсолютно твердой и неупругой Земли, основанных на Гамильтоновом формализме [24-26].

Эти суточные и полусуточные нутации, согласно [27], возникают вследствие прямого воздействия внешнего (в основном лунно-солнечного) момента сил на несимметричную часть Земли, который выражается через незональные гармоники геопотенциала. Этот эффект также называют "приливным гравитационным" эффектом. Ранее он также упоминался как эффект "влияния нутации на движение полюса".

Прямые суточные нутации соответствуют прямым и обратным долгопериодическим гармоникам в движении полюса, включая вековую составляющую, а прямые полусуточные нутации соответствуют прямым суточным гармоникам в движении полюса [28]. Таблица поправок в движение полюса для практического использования была разработана специально созданной для этого рабочей группой [29,30]. Она основана на теории нетвердотельной Земли и разложении приливного гравитационного потенциала [31-33]. Все элементы с амплитудами более 0,5 микросекунд дуги представлены в таблице 1 а.

Амплитуды суточных гармоник хорошо согласуются с амплитудами, вычисленными в [34]. Влияние трехосности ядра на суточные гармоники, не превышающее принятый уровень обрезания [35,36], не включено в эти данные в виду большой неопределенности в значении этой величины [37] (это также видно из личной переписки авторов с В. Дехан, 2002). Коэффициенты геопотенциала полагались равными их значениям в модели JGM-3 [38], но любая из моделей геопотенциала, используемых в настоящее время в высокоточном орбитальном анализе, даст значения согласованные с принятым уровнем обрезания в 0,1 миллисекунд дуги, указанном в табл. 1 а.

Поправки в суточные гармоники $(\Delta x, \Delta y)_{\text{libration}}$ могут быть вычислены подпрограммой PMSDNUT2.F, доступной на сайте Центра Стандартов МСВЗ по адресу <ftp://tai.bipm.org/iers/conv2010/chapter5/>. Эти суточные гармоники (а именно 10 гармоник с периодами около 1 суток, перечисленные в таблице 1а) следует рассматривать по аналогии с суточными и полусуточными гармониками, обусловленными океаническими приливами (см. выше).

Отметим, что 10 суточных гармоник в табл. 1а, обусловленные влиянием приливной гравитации на несимметричные части Земли, являются частью 41 суточной гармоники из таблицы 8.2а из [1] и имеют амплитуду в 10 раз меньше, чем соответствующее амплитуды для гармоник в $UT1$ (или LOD), вызванных океаническими приливами.

5.2 Положение земного промежуточного начала (ЗПН) в МЗСК

Основной вклад в величину s' (параметр ЗПН), впервые появившуюся в уравнении (3) и выраженную уравнением (4), вносят главные гармоники движения полюса. Некоторые составляющие s' должны определяться из измерений и могут быть экстраполированы с использованием данных МСВЗ. Уравнение для s' можно записать в следующем виде:

$$s' = -0,0015(a_c^2 / 1,2 + a_a^2)t, \quad (12)$$

где a_c и a_a - средние амплитуды (в угловых секундах) Чандлерового и годового движений полюса на рассматриваемый период [39]. Величина s' не превысит 0,0005" все следующее столетие, даже если амплитуды колебаний Чандлера и годового движения полюса достигнут значений порядка 0,5" и 0,1", соответственно. При современных значениях a_c и a_a величина s' равна [40]:

$$s' = -0,000047'' \cdot t. \quad (13)$$

5.3 Угол вращения земли

Стандартное соотношение, определяющее угол вращения Земли ($UB3$, ERA) по его связи с $UT1$, используемое в уравнении (5) (раздел 4.2), имеет вид [6]:

$$ERA(T_u) = 2\pi(0,7790572732640 + 1,00273781191135448T_u), \quad (14)$$

где $T_u = (JD(UT1) - 2451545,0)$, $UT1 = UTC + (UT1 - UTC)$ и $JD(UT1)$ – Юлианская дата в шкале времени UT1. После выделения и вычитания целого числа полных оборотов для уменьшения возможных ошибок округления получим:

$$ERA(T_u) = 2\pi(T_u - [T_u] + 0,7790572732640 + 0,00273781191135448T_u), \quad (15)$$

где $T_u - [T_u]$ – дробная часть Юлианской даты в шкале времени UT1.

Эти формулы для UT1 используют то обстоятельство, что положение НПН нечувствительно (на микросекундном уровне точности) к модели прецессии/нутаии и наблюдаемому смещению небесного полюса. Поэтому, при обработке данных наблюдений, величина s , данная в Таблице 2 с, может считаться не зависящей от наблюдений.

Вышеуказанное выражение также обеспечивает соответствие ERA заданному UT1. Величина UT1-UTC либо определяется из измерений, либо берётся из данных МСВЗ. Заметим, что для 0h UT1, для дробной части T_u в уравнении (15) получим 0,5.

Таблица 1а. Коэффициенты для синусов (параметр) и косинусов (параметр) в поправки $(\Delta x, \Delta y)_{libration}$, обусловленные гармониками приливного гравитационного потенциала (порядка $n > 2$) для нетвёрдотельной модели Земли. Перечислены все гармоники с амплитудами более $0,5 \cdot 10^{-6}''$. Единицы измерения – $0,000001''$, γ обозначает $GMST + \pi$ (где $GMST = ERA +$ прецессия в прямом восхождении (см. (32))). Выражения для фундаментальных параметров (параметры Делоне) даны в (43).

n	Волна	Параметр						Числа Дудсона	Период (сутки)	x_p		y_p	
		γ	l	l'	F	D	Ω			sin	cos	sin	cos
4		0	0	0	0	0	-1	055.565	6798,3837	0,0	0,6	-0,1	-0,1
3		0	-1	0	1	0	2	055.645	6159,1355	1,5	0,0	-0,2	0,1
3		0	-1	0	1	0	1	055.655	3231,4956	-28,5	-0,2	3,4	-3,9
3		0	-1	0	1	0	0	055.665	2190,3501	-4,7	-0,1	0,6	-0,9
3		0	1	1	-1	0	0	056.444	438,35990	-0,7	0,2	-0,2	-0,7
3		0	1	1	-1	0	-1	056.454	411,80661	1,0	0,3	-0,3	1,0
3		0	0	0	1	-1	1	056.555	365,24219	1,2	0,2	-0,2	1,4
3		0	1	0	1	-2	1	057.455	193,55971	1,3	0,4	-0,2	2,9
3		0	0	0	1	0	2	065.545	27,431826	-0,1	-0,2	0,0	-1,7
3		0	0	0	1	0	1	065.555	27,321582	0,9	4,0	-0,1	32,4
3		0	0	0	1	0	0	065.565	27,212221	0,1	0,6	0,0	5,1
3		0	-1	0	1	2	1	073.655	14,698136	0,0	0,1	0,0	0,6
3		0	1	0	1	0	1	075.455	13,718786	-0,1	0,3	0,0	2,7
3		0	0	0	3	0	3	085.555	9,1071941	-0,1	0,1	0,0	0,9
3		0	0	0	3	0	2	085.565	9,0950103	-0,1	0,1	0,0	0,6
2	Q ₁	1	-1	0	-2	0	-1	135.645	1,1196992	-0,4	0,3	-0,3	-0,4
2	Q ₁	1	-1	0	-2	0	-2	135.655	1,1195149	-2,3	1,3	-1,3	-2,3
2	ρ_1	1	1	0	-2	-2	-2	137.455	1,1134606	-0,4	0,3	-0,3	-0,4
2	O ₁	1	0	0	-2	0	-1	145.545	1,0759762	-2,1	1,2	-1,2	-2,1
2	O ₁	1	0	0	-2	0	-2	145.555	1,0758059	-11,4	6,5	-6,5	-11,4
2	M ₁	1	-1	0	0	0	0	155.655	1,0347187	0,8	-0,5	0,5	0,8
2	P ₁	1	0	0	-2	2	-2	163.555	1,0027454	-4,8	2,7	-2,7	-4,8
2	K ₁	1	0	0	0	0	0	165.555	0,9972696	14,3	-8,2	8,2	14,3
2	K ₁	1	0	0	0	0	-1	165.565	0,9971233	1,9	-1,1	1,1	1,9
2	J ₁	1	1	0	0	0	0	175.455	0,9624365	0,8	-0,4	0,4	0,8
Скорость векового движения полюса (0,001"/год) при нулевой частоте прилива													
4		0	0	0	0	0	0	555.555		-3,8		-4,3	

Аналогично с движением НПП (раздел 5.1), для UT1 и LOD, в значения, публикуемые MCB3, должны вводиться дополнительные поправки, обусловленные влиянием океанических приливов и вынужденных либраций.

5.3.1 Учет влияния океанических приливов и вынужденных либраций на UT1 и LOD

Околосуточные гармоники не входят в состав значений UT1 и LOD, публикуемых и распространяемых MCB3 и, следовательно, должны быть добавлены после интерполяции.

Учет влияния океанических приливов выполняется подпрограммой INTERP.F IERS EOP Центрального бюро MCB3, которая интерполирует значения UT1 и LOD MCB3 на выбранную дату и добавляет поправки $\Delta UT1_{\text{ocean tides}}$ или $\Delta LOD_{\text{ocean tides}}$, полученные из таблиц 8.3a и 8.3b из [1]. В эту процедуру должны быть включены поправки $\Delta UT1_{\text{libration}}$ или $\Delta LOD_{\text{libration}}$ в полусуточные вариации вынужденных либраций, полученные из таблицы 1b.

5.3.2 Поправки $\Delta UT1_{\text{ocean tides}}$ и $\Delta LOD_{\text{ocean tides}}$ к UT1 и LOD

Приливные гармоники вращения Земли, рассмотренные в главе 8 из [1], включают суточные и полусуточные гармоники в UT1 и LOD, вызванные океаническими приливами. В таблицах 8.3a и 8.3b [1] представлены амплитуды и параметры для 71-ой составляющей этих суточных и полусуточных гармоник, используемых в программе ORTHO_EOP.F (доступной на сайте Стандартов MCB3 по адресу: <ftp://tai.bipm.org/iers/conv2010/chapter8/>), основанной на теории [16].

5.3.3 Поправки $\Delta UT1_{\text{libration}}$ и $\Delta LOD_{\text{libration}}$ в UT1 и LOD

Осевая составляющая вращения Земли содержит небольшие гармоники от прямого воздействия части внешнего (главным образом лунно-солнечного) момента сил на несимметричную часть Земли, включающего так называемые, незональные гармоники геопотенциала. Это влияние было теоретически предсказано [41,42], но упущено в практическом применении из-за очень маленьких значений (максимальный размах колебаний около 0,0001", т.е. 7 мкс в UT1). Более подробное описание воздействия было представлено в работах [27,37,43-45], когда так называемый "эффект приливной гравитации" стал обнаруживаться в наблюдениях.

Аналитическое решение для околосуточной либрации в UT1 для структурной модели Земли, состоящей из упругой мантии и жидкого ядра, не связанных между собой, было получено в работе [37]. Стандартная процедура для модели твердой Земли была рассчитана на основе коэффициентов геопотенциала, определенных по спутниковым измерениям последних разработок для приливного потенциала. В таблице 1b приведены амплитуды и параметры для всех компонентов в UT1 и LOD с амплитудами более 0,5 миллисекунд дуги (т.е. 0,033 с в UT1). Таблица содержит 11 полусуточных гармоник, учитывающих влияние приливного гравитационного потенциала (TGP) порядка 2 и степени 2 на экваториальную выпуклость Земли, выраженную коэффициентами Стокса S_{22} и S_{22} . Значения для твердой Земли хорошо согласуются с амплитудами, полученными в работе [43], за исключением волны v_2 , которая, похоже, была упущена из виду в этой модели. Амплитуды, вычисленные для упругой Земли с жидким ядром, достаточно хорошо согласованы с полученными в работе [27], хотя последняя упомянутая модель и была неполна.

Заметим, что 11 полусуточных гармоник в таблице 1b входят в состав 30 полусуточных гармоник из таблицы 8.3 b из [1], с амплитудой (для каждого члена) в 10 раз

меньше, чем амплитуда для гармоник в UT1 или LOD, вызванных океаническими приливами. Однако максимальный размах влияния трёхосности на UT1 составляет около $0,105 \cdot 10^{-3}''$, что определенно выше текущей погрешности неопределенности решения для UT1. Сравнение с аналогичной моделью прямого суточного движения полюса показывает, что эти эффекты имеют одинаковый размер и существует согласованность между лежащими в основе динамическими моделями и используемыми параметрами. Поправки за околосуточные вынужденные либрации в UT1, $\Delta UT1_{\text{libration}}$ могут быть вычислены в подпрограмме "UTLIBR.F" (A. Brzezinski), доступной на сайте Центра Стандартов MCB3 по ссылке: <ftp://tai.bipm.org/iers/conv2010/chapter5/>.

Таблица 1b. Коэффициенты для синусов и косинусов для полусуточных вариаций в UT1 и LOD из-за либраций для нетвердотельной Земли в зависимости от фундаментальных чисел и чисел Дудсона. Перечислены все члены с амплитудами UT1 более 0,033 мкс. Единицы измерения – мкс, γ обозначает GMST+ π . Выражения для фундаментальных аргументов приведены в уравнении (43).

Волна	Фундаментальные числа						Числа-Дудсона	Период (сутки)	UT1		LOD	
	γ	I	I'	F	D	Ω			Sin	cos	sin	cos
$2N_2$	2	-2	0	-2	0	-2	235.755	0,5377239	0,05	-0,03	-0,3	-0,6
μ_2	2	0	0	-2	-2	-2	237.555	0,5363232	0,06	-0,03	-0,4	-0,7
N_2	2	-1	0	-2	0	-2	245.655	0,5274312	0,35	-0,20	-2,4	4,2
ν_2	2	1	0	-2	-2	-2	247.455	0,5260835	0,07	-0,04	-0,5	-0,8
M'_2	2	0	0	-2	0	-1	255.545	0,5175645	-0,07	0,04	0,5	0,8
M_2	2	0	0	-2	0	-2	255.555	0,5175251	1,75	-1,01	-12,2	-21,3
L_2	2	1	0	-2	0	-2	265.455	0,5079842	-0,05	0,03	0,3	0,6
T_2	2	0	-1	-2	2	-2	272.556	0,5006854	0,05	-0,03	-0,3	-0,6
S_2	2	0	0	-2	2	-2	273.555	0,5000000	0,76	-0,44	-5,5	-9,5
K_2	2	0	0	0	0	0	275.555	0,4986348	0,21	-0,12	-1,5	-2,6
K'_2	2	0	0	0	0	-1	275.565	0,4985982	0,06	-0,04	-0,4	-0,8

5.4 Движение НПП в ГНСК

Координаты НПП в ГНСК, которые будут использоваться в качестве X и Y (уравнение (10), раздел 4.4), могут быть заданы формулами как функции времени. Разложения для этих величин, с микросекундной точностью, основанные на прецессии MAC 2006 и нутации MAC 2000A (см. раздел 6) и соответствующем смещении полюса и равноденствия по отношению к полюсу в ГНСК на эпоху J2000.0 были получены в работе [11]. Эти формулы заменяют предыдущие, основанные на модели прецессии/нутации MAC 2000 и смещении систем координат, которые были получены в работе [46] и опубликованы в Стандартах MCB3 2003.

$$\begin{aligned}
 X = & -0,016617'' + 2004,191898''t - 0,4297829''t^2 - \\
 & - 0,19861834''t^3 - 0,000007578''t^4 + 0,0000059285''t^5 + \\
 & + \sum_i \left[(a_{s,0})_i \sin(\text{ARGUMENT}) + (a_{c,0})_i \cos(\text{ARGUMENT}) \right] + \\
 & + \sum_i \left[(a_{s,1})_i t \sin(\text{ARGUMENT}) + (a_{c,1})_i t \cos(\text{ARGUMENT}) \right] + \\
 & + \sum_i \left[(a_{s,2})_i t^2 \sin(\text{ARGUMENT}) + (a_{c,2})_i t^2 \cos(\text{ARGUMENT}) \right] + \\
 & + \dots,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Y = & -0,006951'' - 2004,191898''t - 22,4072747''t^2 - \\
& + 0,00190059''t^3 - 0,001112526''t^4 + 0,0000001358''t^5 + \\
& + \sum_i \left[(b_{c,0})_i \cos(\text{ARGUMENT}) + (b_{s,0})_i \sin(\text{ARGUMENT}) \right] + \\
& + \sum_i \left[(b_{c,1})_i t \cos(\text{ARGUMENT}) + (b_{s,1})_i t \sin(\text{ARGUMENT}) \right] + \\
& + \sum_i \left[(b_{c,2})_i t^2 \cos(\text{ARGUMENT}) + (b_{s,2})_i t^2 \sin(\text{ARGUMENT}) \right] + \\
& + \dots,
\end{aligned} \tag{16}$$

где t – определено (2), ARGUMENT – функция фундаментальных аргументов теории нутации, выражения для которых даны в (43) для лунно-солнечной составляющей и в (44) для планетной составляющей. Полный набор этих коэффициентов доступен на сайте Центра Стандартов МСВЗ по адресам: <ftp://tai.bipm.org/iers/conv2010/chapter5/> в файле *tab5.2a.txt* для координаты X и *tab5.2b.txt* для координаты Y . Полиномиальные коэффициенты X и Y явно выписаны в (16). Ниже приведена выдержка из таблиц 2a и 2b для наибольших неполиномиальных коэффициентов в X и Y .

Числовые коэффициенты полиномиальной части получены из разложения в ряд по t выражения для прецессии в долготе и наклоне, а также положения полюса на эпоху J2000.0. Амплитуды неполиномиальной части $(a_{s,j})_i$, $(a_{c,j})_i$, $(b_{s,j})_i$, $(b_{c,j})_i$, где $j=0, 1, 2, \dots$ есть функции амплитуд прецессионной и нутационной серий. Амплитуды $(a_{s,0})$ и $(b_{c,0})$ при синусе и косинусе в X и Y равны нутационным членам $A_i \sin \varepsilon_0$ и B_i нутационной серии, за исключением нескольких членов, которые обусловлены эффектом влияния «нутации на нутацию». Выражение (16) содержит и смешанные члены Пуассона $t \sin$, $t \cos$, $t^2 \sin$, $t^2 \cos$, которые появляются в результате взаимного влияния прецессии и нутации.

Таблица 2a. Выдержка из Таблицы 5.2a (<ftp://tai.bipm.org/iers/conv2010/chapter5/>) для наибольших неполиномиальных гармоник (т.е. коэффициентов Фурье и Пуассона, с t в Юлианских столетиях) для $X(t)$ в формуле (16), совместимой с моделью прецессии/нутации МАС 2006/2000A (ед. измерения – 0,000001"). Значения для фундаментальных аргументов (столбцы 4-17) даны с учетом (43) и (44) (поскольку самые большие гармоники – лунно-солнечные, колонки 9-17 в этих фрагментах таблицы содержат только нули).

i	$(a_{s,0})_i$	$(a_{c,0})_i$	l	l'	F	D	Ω	L_{Me}	L_{Ve}	L_E	L_{Ma}	L_J	L_{Sa}	L_U	L_{Ne}	p_A
1	-6844318,44	1328,67	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	-523908,04	-544,75	0	0	2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	-90552,22	111,23	0	0	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	82168,76	-27,64	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	58707,02	470,05	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
.....																
i	$(a_{s,1})_i$	$(a_{c,1})_i$	l	l'	F	D	Ω	L_{Me}	L_{Ve}	L_E	L_{Ma}	L_J	L_{Sa}	L_U	L_{Ne}	p_A
1307	-3309,73	205833,11	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1308	198,97	12814,01	0	0	2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1309	41,44	2187,91	0	0	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
.....																

Выражение в 0,000001" для смещения системы координат по X и по Y имеет вид:

$$\begin{aligned}
dX &= -16617,0 - 1,6 t^2 + 0,7 \cos \Omega, \\
dY &= -6819,2 - 141,9 t + 0,5 \sin \Omega,
\end{aligned} \tag{17}$$

где первый член возникает из-за смещения положения небесного полюса на эпоху J2000.0, а последующие члены возникают из-за смещения равноденствия на эпоху J2000.0 (так называемого смещения системы координат по прямому восхождению).

Дополнительные полиномиальные члены в X и Y , появившиеся вследствие замены модели прецессии с МАС 2000 на МАС 2006 могут быть записаны, в $0,000001''$, как в работе [11] (после исправления типографской ошибки в члене t^2 в dY) в виде:

$$\begin{aligned} dX &= 155 t - 2564 t^2 + 2 t^3 + 54 t^4, \\ dY &= -514 t - 24 t^2 + 58 t^3 - 1 t^4 - 1 t^5. \end{aligned} \quad (18)$$

Кроме того, в версии МАС 2006 произошли незначительные изменения в некоторых периодических членах ряда X и Y , относительно МАС 2000, аналогично дополнительным коэффициентам Пуассона в нутацию, вызванные введением тренда коэффициента J_2 в МАС 2006 (см. раздел 6.3). Наибольшие члены, согласно [6], в $0,000001''$:

$$\begin{aligned} dX_{J2d} &= 18,8 t \sin \Omega + 1,4 t \sin 2 (F - D + \Omega), \\ dY_{J2d} &= -25,6 t \cos \Omega - 1,6 t \cos 2 (F - D + \Omega). \end{aligned} \quad (19)$$

Периодические члены выражения (19) включены в серию X и Y в версии МАС 2006/2000А. Различие между выражениями МАС 2006 и МАС 2000А для X и Y опубликовано на сайте Центра Стандартов МСВЗ (<http://tai.bipm.org/iers/conv2010/chapter5/>) в файле *tab5.2f.txt*.

Связь координат X и Y с углами прецессии/нутации имеет вид (Capitaine, 1990):

$$\begin{aligned} X &= \bar{X} + \xi_0 - d\alpha_0 \bar{Y}, \\ Y &= \bar{Y} + \eta_0 + d\alpha_0 \bar{X}, \end{aligned} \quad (20)$$

где, ξ_0 и η_0 – смещение полюса на эпоху J2000.0, а $d\alpha_0$ – прямое восхождение среднего равноденствия на эпоху J2000.0 в ГНСК (т.е. смещение систем координат в прямом восхождении) (Значения для этих величин приведены ниже в (21) и (33)). $\bar{X}$ и $\bar{Y}$ определены (22).

Таблица 2b. Выдержка из Таблицы 5.2b для наибольших неполиномиальных гармоник (т.е. коэффициентов гармоник Фурье и Пуассона, с t в Юлианских столетиях) для $Y(t)$ в формуле (16), совместимой с моделью прецессии/нутации МАС 2006/2000А (ед. измерения – $0,000001''$). Значения для фундаментальных аргументов (столбцы 4-17) даны с учетом (43) и (44) (Поскольку самые большие гармоники – лунно-солнечные, то колонки 9-17 содержат только нули).

i	$(b_{s,0})_i$	$(b_{c,0})_i$	l	l'	F	D	Ω	L_{Me}	L_{Ve}	L_E	L_{Ma}	L_J	L_{Sa}	L_U	L_{Ne}	p_A
1	1538,18	9205236,26	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	-458,66	573033,42	0	0	2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	137,41	97846,69	0	0	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	-29,05	-89618,24	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	-17,4	22438,42	0	1	2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
.....																
i	$(b_{s,1})_i$	$(b_{c,1})_i$	l	l'	F	D	Ω	L_{Me}	L_{Ve}	L_E	L_{Ma}	L_J	L_{Sa}	L_U	L_{Ne}	p_A
963	-3309,73	205833,11	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
964	198,97	12814,01	0	0	2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
965	41,44	2187,91	0	0	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
.....																

Под средним равноденствием на эпоху J2000.0 подразумевается не «вращающееся динамическое среднее равноденствие на эпоху J2000.0», использовавшееся ранее, а «инерциальное динамическое среднее равноденствие на эпоху J2000.0», определенное на основе недавних численных и аналитических решений. Последнее из них связано с эклиптической в инерциальном смысле, т.е. плоскостью перпендикулярной вектору момента импульса орбитального движения барицентра системы Земля-Луна, вычисленного

по вектору скорости барицентра в инерциальной системе. Вращающееся равноденствие было связано во вращательном смысле с эклиптикой, которая перпендикулярна вектору момента импульса, вычисленного по вектору скорости по отношению к вращающейся орбитальной плоскости барицентра системы Земля-Луна (разница между этими двумя угловыми моментами – это угловой момент, связанный с вращением плоскости орбиты). Более подробное обсуждение смотри в [47]. Численное значение величины $d\alpha_0$ такое же, как в работе [48], и равно:

$$d\alpha_0 = (-0,01460 \pm 0,00050)". \quad (21)$$

Величины X и Y равны:

$$\begin{aligned} \bar{X} &= \sin \omega \sin \psi, \\ \bar{Y} &= -\sin \varepsilon_0 \cos \omega + \cos \varepsilon_0 \sin \omega \cos \psi, \end{aligned} \quad (22)$$

где $\varepsilon_0 = 84381,406''$ – наклон эклиптики к экватору на эпоху J2000.0 модели МАС 2006 [48], ω – наклон экватора даты к неподвижной эклиптике эпохи, а ψ – долгота узла истинного экватора даты, измеренная вдоль неподвижной эклиптики эпохи. Эти величины определены как:

$$\omega = \omega_A + \Delta\varepsilon_1; \quad \psi = \psi_A + \Delta\psi_1, \quad (23)$$

где ψ_A и ω_A – углы прецессии в долготу и наклоне [49] по отношению к неподвижной эклиптике эпохи, а $\Delta\psi_1, \Delta\varepsilon_1$ – углы нутации в долготу и наклоне, отнесённые к эклиптике эпохи (численные значения для углов прецессии приведены в (39)). $\Delta\psi_1, \Delta\varepsilon_1$ выражаются через углы нутации $\Delta\psi, \Delta\varepsilon$, отнесённые к эклиптике даты. Связь между ними задается формулами;

$$\begin{aligned} \Delta\psi_1 \sin \omega_A &= \Delta\psi \sin \varepsilon_A \cos \chi_A - \Delta\varepsilon \sin \chi_A, \\ \Delta\varepsilon_1 &= \Delta\psi \sin \varepsilon_A \sin \chi_A + \Delta\varepsilon \cos \chi_A, \end{aligned} \quad (24)$$

где ε_A – средний наклон эклиптики даты, а χ_A – угол прецессии эклиптики вдоль экватора [49].

Как показали результаты РСДБ измерений, есть небольшое расхождение теории прецессии/нутации МАС 2006/2000А и измеренных значений около $0,0002''$, в основном из-за отсутствия свободной нутации ядра (СНЯ, FCN) (см. раздел 5.5). Поэтому МСВЗ продолжит публиковать наблюдаемые поправки к модели прецессии/нутации. Эти поправки называются «смещением небесного полюса» («celestial pole offsets»). Эти поправки, находящиеся во временной зависимости от положения полюса в НСК, должны быть выражены в виде поправок $\delta X, \delta Y$ к координатам X, Y . Эти поправки могут быть соотнесены с соответствующими поправками к смещению небесного полюса на основе равноденствия $\delta\psi$ (вдоль эклиптики даты) и $\delta\varepsilon$ (в наклоне эклиптики даты) с помощью отношений (22) между X, Y , а также величинами прецессии/нутации и (24) для перехода от эклиптики даты к эклиптике эпохи. Следующее выражение (25) обеспечивает микросекундную точность в пределах одного столетия для поправок $\delta\varepsilon, \delta\psi$ не превосходящих по абсолютной величине $0,001''$:

$$\begin{aligned} \delta X &= \delta\psi \sin \varepsilon_A + (\psi_A \cos \varepsilon_0 - \chi_A) \delta\varepsilon, \\ \delta Y &= \delta\varepsilon - (\psi_A \cos \varepsilon_0 - \chi_A) \delta\psi \sin \varepsilon_A. \end{aligned} \quad (25)$$

Используя эти поправки нетрудно получить положение НПП по формулам:

$$X = X \text{ (IAU 2006/2000)} + \delta X, \quad Y = Y \text{ (IAU 2006/2000)} + \delta Y. \quad (26)$$

Это практически эквивалентно замене матрицы Q на следующую:

$$\tilde{Q} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \delta X \\ 0 & 1 & \delta Y \\ -\delta X & -\delta Y & 1 \end{pmatrix} Q_{IAU} \quad (27)$$

где Q_{IAU} – матрица прецессии/нутаии, основанная на углах, определяемых теорией МАС 2006/2000.

5.5 Свободная нутация ядра

Свободная нутация ядра является независимым обратным суточным движением земной оси по отношению к вращению эллипсоидального ядра, вызванного взаимодействием мантии и жидкого ядра. Это свободное движение проявляется как движение НПП в ГНСК. Поскольку оно чувствительно к действию изменяющихся во времени возбуждающих или демпфирующих факторов, то его амплитуда и фаза нерегулярно изменяются во времени. Поэтому модель СНЯ (FCN) не была включена в модель нутации МАС 2000А. В результате, после принятия модели МАС 2006/2000А, квазипериодическое немоделируемое движение НПП в ГНСК осталось на уровне $0,0001'' - 0,0003''$.

В зависимости от требуемой точности, для ряда приложений модель СНЯ можно вообще не учитывать, однако, для высокоточных вычислений, модель СНЯ должна быть включена в движение НПП в ГНСК, если только смещение небесного полюса не известно из измерений.

Модель СНЯ Ламберта (Lambert, 2007) можно найти по адресу: <http://syte.obspm.fr/~lambert/fcn/>, а копия хранится на сайте Центра Стандартов МСВЗ по адресу: <ftp://tai.bipm.org/iers/conv2010/chapter5/>. Предполагается, что коэффициенты для модели СНЯ будут регулярно обновляться МСВЗ для актуализации описания движения НПП, вызванного свободной нутацией ядра. Последующие версии определяются по дате, содержащейся в их именах, текущая модель (fcnnut100701) создана 1 июля 2010 г.

Модель описывает значения, добавляемые к координатам (X, Y) НПП в ГНСК для учета эффекта СНЯ. Информация представлена в форме зависящей от времени синусоидальной функции с постоянным периодом $P = -430,23$ дней. Вклад СНЯ в координаты небесного полюса определяется по формулам:

$$\begin{aligned} X_{FCN} &= X_S \sin(\sigma t) + X_C \cos(\sigma t), \\ Y_{FCN} &= Y_S \sin(\sigma t) + Y_C \cos(\sigma t), \end{aligned} \quad (28)$$

где σ - угловая частота FCN ($2\pi/P$ рад/сут.) и t задается в сутках, начиная с J2000.

В таблице 2с приведены коэффициенты для модели fcnnut100701. Более старые версии и обновления можно найти по адресу: <http://syte.obspm.fr/~lambert/fcn/>. X_C и X_S - амплитуды косинусов и синусов, кусочно определенных во времени. S_X – формальная ошибка (СКО, оцененное из МНК уравнивания) определения амплитуд. Все амплитуды даны в микросекундах дуги. Заметим, что значения для Y_S и Y_C связаны соотношениями $Y_S = -X_C$ и $Y_C = X_S$.

В течение периода, для которого определена модель, она обладает погрешностью (СКО) не более $0,000050''$, вне заданного интервала – не более, чем $0,000100''$ СКО, до следующего ежегодного обновления.

Заметим, что движение НПП, не моделируемое СНЯ, также включено в публикуемые МСВЗ смещения небесного полюса (dX и dY).

Таблица 5.2с. Таблица коэффициентов эмпирической модели, обратной свободной нутации ядра (RFCN) на интервале 1984-2010 (в 0,000001").

Год	MJD	X _C	X _S	S _X
1984,0	45700,0	4,5	-36,6	19,7
1985,0	46066,0	-141,8	-105,3	11,1
1986,0	46431,0	-246,6	-170,2	9,5
1987,0	46796,0	-281,9	-159,2	8,6
1988,0	47161,0	-255,0	-43,6	8,1
1989,0	47527,0	-210,5	-88,6	7,3
1990,0	47892,0	-187,8	-57,4	6,4
1991,0	48257,0	-163,0	26,3	5,5
1992,0	48622,0	-141,2	44,6	4,8
1993,0	48988,0	-128,7	28,6	4,6
1994,0	49353,0	-108,9	19,5	3,9
1995,0	49718,0	-96,7	19,7	3,1
1996,0	50083,0	-104,0	11,9	2,9
1997,0	50449,0	-126,8	30,4	2,8
1998,0	50814,0	-81,9	25,0	2,6
1999,0	51179,0	-19,7	-20,1	2,6
2000,0	51544,0	10,8	-76,8	2,7
2001,0	51910,0	65,6	-137,4	2,5
2002,0	52275,0	78,2	-127,1	2,3
2003,0	52640,0	108,7	-42,3	2,1
2004,0	53005,0	117,6	-1,4	2,2
2005,0	53371,0	115,7	5,7	2,9
2006,0	53736,0	159,7	24,2	4,2
2007,0	54101,0	154,7	61,2	4,5
2008,0	54466,0	161,1	98,4	4,3
2009,0	54832,0	143,4	147,0	4,5
2010,0	55197,0	81,8	152,9	5,6

5.6 Положение НПН в ГНСК

Численное выражение для величины s (т.е. параметр НПН), фигурирующей в уравнении (10), совместимое с моделью прецессии/нутации МАС 2006/2000А также, как и с соответствующим положением полюса на эпоху J2000.0, было получено путём очень похожим на тот, который был использован при разработке Стандартов МСВЗ 2003 [50]. Оно получается из (8), в котором использовано выражение (16) для X и Y как функций времени [46]. Численное выражение дается сразу для величины $s + \frac{XY}{2}$, т.к. это выражение при той же точности состоит из меньшего числа членов и получается более коротким.

Постоянный член в выражении для s , который ранее был выбран так, чтобы $s(J2000.0)=0$, в этом случае был установлен так, чтобы UT1 во время перехода к новым стандартам (1 января 2003) сохраняло непрерывность [50] в соответствии с взаимосвязью угла вращения Земли (ERA) и применяемой в настоящий момент процедуры РСДБ для вычисления UT1 (см. (31)).

Все значения для $s + XY/2$ с микросекундной точностью доступны на сайте Стандартов МСВЗ <http://tai.bipm.org/iers/conv2010/chapter5/> на двадцатипятилетний промежуток времени: члены более чем $0,000001''$ в файле *tab5.2d.txt*, а более чем $0,000005''$ в файле *tab5.2d.txt*. (Там нет членов, которые при переходе прецессии МАС 2000 к МАС 2006 приводят к изменению в s более, чем на $0,000001''$ за сто лет.)

5.7 Выражение для Гринвичского звездного времени на основе угла вращения Земли

Гринвичское звездное время (ГЗВ, GST), отнесенное к равноденствию, связано (на микросекундном уровне) с углом вращения Земли (УВЗ, ERA), отнесенным к небесному промежуточному началу (НПН, CIO), следующим соотношением [51, 52]:

$$GST = dT_0 + ERA + \int_{t_0}^t (\widehat{\psi_A + \Delta\psi_1}) \cos(\omega_A + \Delta\epsilon_1) dt - \chi_A + \Delta\psi \cos \epsilon_A + \Delta\psi_1 \cos \omega_A \quad (29)$$

Таблица 2d. Разложение для $s(t)$, совместимое с моделью прецессии/нутаии МАС 2006/2000A: все члены, превышающие $0,000005''$ в интервале 1975-2025 (единицы – $0,000001''$). Выражения для фундаментальных параметров, приведённые в колонке 1, получены из уравнения (43).

$s(t) = -XY/2 + 94 + 3808,65 t - 122,68 t^2 - 72574,11 t^3 + \sum_k C_k \sin \alpha_k + 1,73 t \sin \Omega + 3,57 t \cos 2\Omega + 743,52 t^2 \sin \Omega + 56,91 t^2 \sin (2F - 2D + 2\Omega) + 9,84 t^2 \sin (2F + 2\Omega) - 8,85 t^2 \sin 2\Omega$	
Аргумент α_k	Амплитуда C_k
Ω	-2640,73
2Ω	-63,53
$2F - 2D + 3\Omega$	-11,75
$2F - 2D + \Omega$	-11,21
$2F - 2D + 2\Omega$	+4,57
$2F + \Omega$	-2,02
$2F + 3\Omega$	-1,98
3Ω	+1,72
$l' + \Omega$	+1,41
$l' - \Omega$	+1,26
$l + \Omega$	+0,63
$l - \Omega$	+0,63

где, $\Delta\psi_1, \Delta\epsilon_1$ – углы нутаии в долготе и широте, отнесенные к эклиптике эпохи и углу χ_A , который даётся формулой (40) и является углом прецессии эклиптики относительно экватора (т.е. составляющей прецессии эклиптики по прямому восхождению).

$$GST = ERA(UT1) - EO \quad (30)$$

где, EO – "уравнение начал", определенное как:

$$EO = -dT_0 - \int_{t_0}^t (\widehat{\psi_A + \Delta\psi_1}) \cos(\omega_A + \Delta\epsilon_1) dt + \chi_A - \Delta\psi \cos \epsilon_A + \Delta\psi_1 \cos \omega_A, \quad (31)$$

которое является прямым восхождением равноденствия вдоль подвижного экватора, основанном на НПН.

EO вычисляется для суммарной прецессии/нутаии в прямом восхождении с J2000.0 до даты t ; постоянный член dT_0 обеспечивает непрерывность UT1 на дату перехода. Численное выражение для EO, совместимое с моделью прецессии/нутаии

MAC2006/2000A, представлено в работе [10]. Выражение получено аналогично вычислениям, выполненным для s , и ниже описанной процедуре, которая обеспечила последовательность преобразований на микросекундном уровне, а также непрерывность в UT1 на дату перехода [50].

Все данные для вычисления Гринвичского звездного времени на основе модели прецессии/нутаии MAC 2006/2000A доступны на сайте Стандартов МСВЗ <ftp://tai.bipm.org/iers/conv2010/chapter5/> в файле *tab5.2e.txt*. Члены более $0,000005''$ на период 25 лет для ЕО представлены в таблице 2е с точностью до $0,000010''$.

Коэффициенты C'_k аналогичны коэффициентам C_k из таблицы 2d для s и их расхождения не превышают $0,000001''$. Последнее слагаемое в выражении ЕО, т.е. $-\Sigma_k C'_k \sin \alpha_k$, содержит дополнительные составляющие, которые нужно вычесть из классического "уравнения равенств" ($-\Delta\psi \cos \varepsilon_A$), чтобы обеспечить связь между ГВЗ и УВЗ на микросекундном уровне. Они были включены в Стандарты МСВЗ 2003, заменив два дополнительных члена, предусмотренных в Стандартах МСВЗ 1996. В выражение (31) включена вековая составляющая, аналогичная имеющейся в величине s . Выражение для ГЗВ, которое использует преобразование, основанное на равенствах, согласовано с преобразованием на основе НПП на микросекундном уровне в пределах промежутка времени около 100 лет, если использовать выражение (14) для УВЗ, (16) для небесных координат НПП и данные таблицы 2d для s .

Таблица 2е. Разложение для ЕО, совместимое с моделью прецессии/нутаии MAC 2006/2000A: все члены, превышающие $0,000005''$ в интервале 1975-2025 (единицы – $0,000005''$).

$EO = -0,014506'' - 4612,156534'' t - 1,3915817'' t^2 + 0,00000044'' t^3 - \Delta\psi \cos \varepsilon_A - \Sigma_k C'_k \sin \alpha_k$	
Аргумент α_k	Амплитуда C'_k
Ω	+2640,96
2Ω	+63,52
$2F - 2D + 3\Omega$	+11,75
$2F - 2D + \Omega$	+11,21
$2F - 2D + 2\Omega$	– 4,57
$2F + 3\Omega$	+2,02
$2F + \Omega$	+1,98
3Ω	– 1,72
$l' + \Omega$	– 1,41
$l' - \Omega$	– 1,26
$l + \Omega$	– 0,63
$l - \Omega$	– 0,63

В качестве альтернативы использованию разложений, изложенных в таблице 5.2е, можно рассчитать ЕО по величине s и классической (т.е. на основе равенств) матрице вращения, содержащей произведение матриц нутаии, прецессии и смещения [53, формула 5.16]. Этот метод используется в подпрограммах SOFA (Стандарты фундаментальной астрономии).

Для константы dT_0 в выражении ГЗВ принято значение $dT_0 = +0,014506''$, обеспечивающее непрерывность UT1 на дату перехода (1 января 2003), а постоянная $s_0 = +0,000094''$. Полиномиальная составляющая УВЗ (т.е. ERA (UT1) – ЕО (t)) обеспечивает выражение (MAC 2006) для Гринвичского среднего звездного времени (ГЗВ, GMST) [10]:

$$GMST = ERA(UT1) + 0,014506'' + 4612,156534'' t + 1,3915817'' t^2 - 0,00000044'' t^3 - 0,000029956'' t^4 - 0,0000000368'' t^5 \quad (32)$$

Это выражение для ГСЗВ (GMST) четко разделяет УВЗ (который является функцией UT1) и ЕО (в основном включающее накопленную прецессию/нутацію в прямом восхождении и выраженное, в теории, как функция TDB, а на практике как функция TT) в отличии от выражения $GMST_{1982}(UT1)$, в котором использовалось только UT1 [54]. Различие между этими двумя процессами порождает член в GMST, являющийся произведением $(TT - TAI)$ на скорость прецессии в прямом восхождении. При $TT - TAI = 32,184$ с, он будет равен $[47 + 1/5(TT - TAI)] \cdot 0,001''$, где $TT - TAI$ выражено в секундах. На 1 января 2003 года это различие составляло около $0,000094''$ [2] при $TT - TAI = 32,3$ сек. Оно включено в значения для dT_0 и s_0 .

6 Описание модели прецессии/нутації МАС 2000/2006

В следующих разделах дано описание модели прецессии/нутації МАС 2006/2000. Сравнение модели прецессии/нутації МАС 2000/2006 с другими моделями и РСДБ наблюдениями можно найти в работе [55].

6.1 Теория нутації МАС 2000А и МАС 2000В

В модели нутації МАС 2000А, разработанной в работе [4] и названной МНВ 2000, использованы амплитуды нутації абсолютно твёрдой Земли REN2000 [20] в форме эллипсоида вращения (доступны на по адресу: <ftp://synte.obspm.fr/pub/REN2000/>). Серия REN2000 содержат ряд амплитуд лунно-солнечных и планетных нутації в долготе и наклоне по отношению к эклиптике даты, выраженные как составляющие "в фазе" и "вне фазы" и их временных вариаций. Полусуточные гармоники, возникающие из-за отклонения фигуры Земли от эллипсоида вращения, не включены в это решение, чтобы оси опорной нутационной модели Земли совпали с осями НПП.

Амплитуды нутації неупругой Земли были получены путем применения к амплитудам прямых и обратных гармоник теории абсолютно твёрдой Земли REN2000 передаточной функции и последующим их преобразованием в эллиптические нутації. Передаточная функция получена путём решения системы линеаризованных динамических уравнений вращения (уравнений "наклонов и моментов") и включает значения семи параметров, содержащихся в теории (названные её авторами "основными параметрами Земли" (БЕР)), которые были определены с помощью метода наименьших квадратов (МНК, LSM) из современных РСДБ-определений углов прецессии/нутації [56]. Определённое значение динамического сжатия Земли мало отличается от динамического сжатия абсолютно твёрдой Земли (в $1,000012249$ раз). Модель МНВ2000 обладает более высокой точностью в сравнении с моделью МАС 1980 за счёт учёта влияния таких эффектов как неупругость мантии Земли, океанические приливы, электромагнитная связь жидкого внешнего ядра и мантии, а также твёрдого внутреннего ядра и внешнего жидкого ядра [57] и учёта нелинейных эффектов, которые до сих пор в подобных моделях не учитывались. За ось вращения модели МНВ2000 принята ось максимального момента инерции Земли при равномерном вращении (т.е. без учета деформаций, зависящих от времени). В окончательные ряды нутації модели включены 678 лунно-солнечных и 687 планетных гармоник с вариациями по времени, выраженные в виде суммы круговых движений ("в фазе" и "вне фазы", см. формулу (35)). Ожидается что эта модель будет иметь точность порядка $0,00001''$ для наибольших из ее составляющих. С другой стороны, СНЯ

(FCN), которая является свободным движением и не может быть спрогнозирована строго (см. раздел 5.5), не учитывается в модели MAC 2000A, которая ограничивает точность вычисления направления небесного полюса в ГНСК до 0,0003".

Модель MAC 2000A связана со смещением (первоначально установленным как смещение систем координат в $d\psi_{bias}$ и $d\epsilon_{bias}$) направления на НПП на эпоху J2000.0 от направления на полюс в ГНСК следующим выражением:

$$\begin{aligned}\xi_0 &= (-0,0166170 \pm 0,0000100)" , \\ \eta_0 &= (-0,0068192 \pm 0,0000100)".\end{aligned}\quad (33)$$

Модель MAC 2000A учитывает в нутационных годовых, полугодовых и 18,6-летних гармониках явление геодезической прецессии ($p_g = 1,92''/century$) таким образом, что БНСК и ГНСК являются невращающимися. Численные выражения вклада геодезической прецессии, используемые в модели МНВ 2000 [4], в 0,000001", в нутацию в долготу $\Delta\psi_g$ и наклоне $\Delta\epsilon_g$ выражаются следующим образом [58]:

$$\begin{aligned}\Delta\psi_g &= -153 \sin l' - 2 \sin 2l' + 3 \sin \Omega, \\ \Delta\epsilon_g &= 1 \cos \Omega,\end{aligned}\quad (34)$$

где l' – средняя аномалия Солнца, а Ω - долгота восходящего узла орбиты Луны.

Модель нутации MAC 2000 представлена рядом нутаций в долготу $\Delta\psi$ и наклоне $\Delta\epsilon$ относительно эклиптики даты, где t измеряется в Юлианских столетиях, начиная с эпохи J2000.0:

$$\begin{aligned}\Delta\psi &= \sum_{i=1}^N (A_i + A_i' t) \sin(\text{ARGUMENT}) + (A_i'' + A_i''' t) \cos(\text{ARGUMENT}), \\ \Delta\epsilon &= \sum_{i=1}^N (B_i + B_i' t) \cos(\text{ARGUMENT}) + (B_i'' + B_i''' t) \sin(\text{ARGUMENT}),\end{aligned}\quad (35)$$

Более подробная информация о коэффициентах и параметрах этих рядов приведена в разделе 7.

Таблицы коэффициентов модели MAC 2000A опубликованы в электронном виде на сайте Центра Стандартов МСВЗ по адресу <http://tai.bipm.org/iers/conv2010/chapter5/> в файле *tab5.3a.txt* для лунно-солнечных и в *tab5.3b.txt* для планетных гармоник. Полная нутация включает все гармоники.

Таблицы коэффициентов модели MAC 2000A_{R06} (значение индекса R06 разъясняется в разделе 6.3) доступны в электронном виде по адресу <http://tai.bipm.org/iers/conv2010/chapter5/> в файлах *tab5.3a.txt* и *tab5.3b.txt* для нутации в долготу $\Delta\psi$ и наклоне $\Delta\epsilon$, соответственно. Выдержка из этих таблиц для наибольших нутационных гармоник приводится ниже в таблицах 3а и 3б. (Следует заметить, что имена этих файлов и заголовков ниже отличаются от своих аналогов, опубликованных в Стандартах МСВЗ 2003).

В соответствии с рекомендацией Резолюции В1.6 MAC 2000, усечённый вариант модели, который обозначается как MAC 2000B, доступен для тех потребителей, которым нужна точность на уровне 0,001". Эта модель была разработана [59]. Она включает менее 80 лунно-солнечных гармоник и малое смещение для учета эффекта от планетных гармоник на рассматриваемый период времени. Она обеспечивает определение положения небесного полюса с погрешностью не более, чем в 0,001" по отношению к модели MAC 2000A на период 1995-2050. Модель реализована на языке FORTRAN в подпрограмме IAU2000B.f, доступной в электронном виде по адресу <http://tai.bipm.org/iers/conv2010/chapter5/>.

6.2 Описание теории прецессии MAC 2006

В модели прецессии MAC 2006 [10] предусмотрены уточнённые формулы (включающие члены полиномиального разложения вплоть до 5-ой степени по времени t) и

для прецессии эклиптики, и для прецессии экватора, причем последняя согласуется с динамической теорией при непрерывном сопоставлении со скоростью прецессии МАС 2000А.

Таблица 3а. Выдержка из файла *tab5.3a.txt* (нутаия в долготе), содержащая наибольшие коэффициенты для гармоник "в фазе" и "вне фазы" теории нутации МАС 2000А_{Ro6}. Единицы измерения 0,000001" и 0,000001" за столетие для коэффициентов и их временных вариаций, соответственно. Для вычисления аргументов Делоне, содержащих только лунно-солнечные фундаментальные числа, используются формулы (43), для вычисления аргументов, содержащих дополнительно планетные фундаментальные числа – (44). Верхняя часть таблицы (строки 1-5) определяется вкладом Луны и Солнца, а нижняя часть (строки 8-10) определяется вкладом от планет в эти же гармоники (поскольку самыми большими являются гармоники, содержащие только лунно-солнечные фундаментальные числа в аргументе, то колонки 9-17 содержат только нули).

i	A_i	A_i''	l	l'	F	D	Ω	L_{Me}	L_{Ve}	L_E	L_{Ma}	L_J	L_{Sa}	L_U	L_{Ne}	p_A
1	-17206424,18	3338,60	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	-1317091,22	-1369,60	0	0	2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	-227641,81	279,60	0	0	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	207455,50	-69,80	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	147587,77	1181,70	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
.....																
i	A_i	A_i''	l	l'	F	D	Ω	L_{Me}	L_{Ve}	L_E	L_{Ma}	L_J	L_{Sa}	L_U	L_{Ne}	p_A
1321	-17418,82	2,89	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1322	-363,71	-1,50	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1323	-163,84	1,20	0	0	2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
.....																

Таблица 3б. Выдержка из файла *tab5.3b.txt* (нутаия в наклоне), содержащая наибольшие коэффициенты для гармоник "в фазе" и "вне фазы" модели МАС 2000А_{Ro6}. Единицы измерения 0,000001" и 0,000001" за столетие для коэффициентов и их временных вариаций, соответственно. Для вычисления аргументов Делоне, содержащих только лунно-солнечные фундаментальные числа, используются формулы (43), для вычисления аргументов, содержащих дополнительно планетные фундаментальные числа – (44). Верхняя часть таблицы (строки 1-5) определяется вкладом Луны и Солнца, а нижняя часть (строки 8-10) определяется вкладом от планет в эти же гармоники (поскольку самыми большими являются гармоники, содержащие только лунно-солнечные фундаментальные числа в аргументе, то колонки 9-17 содержат только нули).

i	A_i	A_i''	l	l'	F	D	Ω	L_{Me}	L_{Ve}	L_E	L_{Ma}	L_J	L_{Sa}	L_U	L_{Ne}	p_A
1	1537,70	9205233,10	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	-458,70	573033,60	0	0	2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	137,40	97846,10	0	0	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	-29,10	-89749,20	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	-17,40	22438,60	0	1	2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
.....																
i	A_i	A_i''	l	l'	F	D	Ω	L_{Me}	L_{Ve}	L_E	L_{Ma}	L_J	L_{Sa}	L_U	L_{Ne}	p_A
1321	0,20	883,03	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1322	-0,30	-303,09	0	0	2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1323	0,00	-67,76	0	1	2	-2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
.....																

В то время как прецессионная часть модели МАС 2000А содержит только поправки ($\delta\psi_A = (-0,29965 \pm 0,00040)''$ за столетие, $\delta\omega_A = (-0,02524 \pm 0,00010)''$ за столетие) к скоростям прецессии модели МАС 1976, прецессия экватора МАС 2006 была получена из динамических уравнений, выражающих движение среднего полюса относительно полюса эклиптики со значением $\varepsilon_0 = 84381,406''$ для среднего наклона эклиптики на эпоху

J2000.0 (для модели МАС 2000 значение ε_0 было 84381,448"). Значение для динамического сжатия Земли в модели МАС 2006 полностью соответствует значению в модели МАС 2000; модель прецессии МАС 2006 включает также влияние скорости изменения коэффициента J_2 гравитационного поля Земли (т.е. $\dot{J}_2 = -3 \cdot 10^{-9}$ /столетие), в основном из-за послеледникового поднятия, которое не было учтено в теории МАС 2000. Другие коэффициенты включены в модель прецессии МАС 2006 из работы [15] и теории МНВ2000, а геодезическая прецессия из работы [60]. Они также включают поправки за влияние возмущений в наблюдаемые величины.

6.3 Поправки МАС 2006 к теории нутации МАС 2000А

Различия между моделями МАС 2006 и МАС 2000 заключаются в основном в прецессионной части, хотя очень небольшие изменения необходимы в нескольких амплитудах теории нутации МАС 2000А для обеспечения совместимости со значениями теории МАС 2006 для коэффициентов ε_0 и J_2 .

6.3.1 Введение значения J_2 в теорию МАС 2006 привело к дополнительным коэффициентам Пуассона в нутации, которые пропорциональны $\dot{J}_2/J_2$ (т.е. $-2,7774 \cdot 10^{-6}$ за столет). Наибольшие изменения (см. также (19) для соответствующих изменений в X , Y) в 0,000001" [11]:

$$\begin{aligned} d\psi_{J2d} &= +47,8t \sin\Omega + 3,7t \sin 2(F - D + \Omega) + 0,6t \sin 2(F + \Omega) - 0,6t \sin 2\Omega, \\ d\varepsilon_{J2d} &= -25,6t \cos\Omega - 1,6t \cos 2(F - D + \Omega). \end{aligned} \quad (36)$$

6.3.2 Влияние поправок на величину ε_0 в модели МАС 2006 следует из того, что наклон эклиптики в модели МАС 2006 отличается от наклона в МАС 1980, который использовался при оценке амплитуд в модели нутации МАС 2000А. Для компенсации этого сдвига необходимо умножить амплитуды нутации в долготе на $\sin \varepsilon_{IAU2000} / \sin \varepsilon_{IAU2006} = 1,000000470$ (В случае с X и Y такой необходимости нет.)

Наибольшие поправки, применяемые в этом случае к нутации в долготе теории МАС 2000А, в 0,000001":

$$d\varepsilon\psi = -8,1 \sin\Omega - 0,6 \sin 2(F - D + \Omega). \quad (37)$$

Когда эти незначительные поправки включены, получается модель МАС 2000А_{R06}. (в которой модель нутации приведена в соответствие с моделью прецессии МАС2006). Эти поправки были учтены при разработке библиотеки подпрограмм SOFA для теории прецессии/нутации (раздел 9). Разные выражения для моделей МАС 2000А_{R06} и МАС 2000 для нутации в долготу и наклоне доступны на сайте Центра Стандартов МСВЗ в файле *tab5.2f.txt* по адресу <ftp://tai.bipm.org/iers/conv2010/chapter5/>.

6.4 Разложения по времени для теории прецессии МАС 2000/2006

Разложения по времени t для полиномиальной части теории прецессии МАС 2006 [10] делятся отдельно на разложения для основных параметров эклиптики и экватора, являющихся результатом прямого решения динамических уравнений, и для производных величин, таких как координаты НПП (X , Y) в ГНСК (16) или звездное время (см. раздел 5.7). Последнее можно получить из выражения для угла вращения Земли и выражения для уравнения начал (т.е. расстояния между НПП и равноденствием вдоль экватора НПП), которое напрямую зависит от выбора модели.

Разложения для основных параметров прецессии эклиптики (38) и экватора (39) с $\varepsilon_0 = 84381,406''$ имеют вид:

$$P_A = +4,199094''t + 0,1939873''t^2 - 0,000022466''t^3 - 0,000000912''t^4 \quad (38)$$

$$\begin{aligned}
& + 0,0000000120''t^5, \\
Q_A = & -46,811015''t + 0,0510283''t^2 + 0,00052413''t^3 - 0,000000646''t^4 \\
& - 0,0000000172''t^5, \\
\psi_A = & +5038,481507''t - 1,0790069''t^2 - 0,00114045''t^3 - 0,000132851''t^4 \\
& + 0,0000000951''t^5, \\
\omega_A = & \varepsilon_0 - 0,025754''t + 0,0512623''t^2 + 0,00772503''t^3 - 0,000000467''t^4 \\
& - 0,0000003337''t^5.
\end{aligned} \tag{39}$$

Прецессионные параметры $P_A = \sin \pi_A \sin \Pi_A$ и $Q_A = \sin \pi_A \cos \Pi_A$ являются вековыми составляющими разложений для величин $P = \sin \pi \sin \Pi$ и $Q = \sin \pi \cos \Pi$, а π и Π – оскулирующие элементы (наклон и долгота восходящего узла) барицентра орбиты системы Земля-Луна отнесенной к фиксированной эклиптике на эпоху J2000.0. Прецессионные величины ψ_A и ω_A , определенные в разделе 4.5, являются решениями динамических уравнений, выражающих движение среднего полюса относительно полюса эклиптики.

Ниже приведены выражения для производных величин прецессии:

$$\begin{aligned}
\chi_A = & + 10,556403''t - 2,3814292''t^2 - 0,00121197''t^3 + \\
& 0,000170663''t^4 - 0,0000000560''t^5, \\
\varepsilon_A = & \varepsilon_0 - 46,836769''t - 0,0001831''t^2 + 0,00200340''t^3 - \\
& 0,000000576''t^4 - 0,0000000434''t^5, \\
\bar{\gamma} = & -0,052928'' + 10,556378''t + 0,4932044''t^2 - 0,00031238''t^3 \\
& - 0,000002788''t^4 + 0,0000000434''t^5, \\
\bar{\phi} = & + 84381,412819'' - 46,811016''t + 0,0511268''t^2 + \\
& 0,0053289''t^3 - 0,000000440''t^4 - 0,0000000176''t^5, \\
\bar{\psi} = & -0,041775'' + 5038,481484''t + 1,5584175''t^2 - 0,00018522''t^3 \\
& - 0,000026452''t^4 - 0,0000000148''t^5,
\end{aligned} \tag{40}$$

где χ_A – прецессия эклиптики вдоль экватора, ε_A – прецессия наклона на дату; $\bar{\gamma}$, $\bar{\phi}$ и $\bar{\psi}$ – углы, относящиеся к ГНСК [14, 61], $\bar{\gamma}$ – прямое восхождение ГНСК на пересечении эклиптики даты с экватором ГНСК, $\bar{\phi}$ – наклон эклиптики даты на экваторе ГНСК и $\bar{\psi}$ – угол прецессии плюс смещение в долготу вдоль эклиптики даты. Коэффициенты в трёх последних формулах взяты из таблицы 1 работы [9].

С теоретической точки зрения эти разложения прецессионных величин являются функциями барицентрического динамического времени TDB. Однако, на практике, в приведенных выше выражениях часто используют TT вместо TDB. Наибольшая разность между TDB и TT составляет $0,0017c \cdot \sin l'$ (где l' – средняя аномалия Солнца). Соответствующая погрешность в прецессионной величине ψ_A является периодической с вековым периодом и амплитудой $2,7 \cdot 10^{-9}''$, что значительно ниже требуемой микросекундной точности. Это относится ко всем уравнениям (38) – (40) и к полиномиальной части уравнения (16) (т.е. выражения для координат X и Y НПП в ГНСК).

6.4 Изложение различных вариантов реализации теории прецессии/нутаии МАС 2006/2000А

Существует несколько вариантов реализации теории прецессии/нутаии и разложений для элементов прецессии, которые используются в соответствии с выбранной методикой.

6.4.1 Полная процедура перехода между МЗСК и ГНСК, совместимая с теорией прецессии/нутаии МАС 2006/2000А, основана на использовании невращающегося небесного промежуточного начала (НПН) и угла вращения Земли (см. (15)), модели МАС 2000, а также выражениях, приведенных в (16) и данных таблиц, фрагменты которых приведены в таблицах 2а - 2d настоящей публикации для положения НПП и НПН в ГНСК. Они уже содержат корректные выражения для новой теории прецессии/нутаии и смещения систем координат.

6.4.2 Для реализации теории МАС 2006/2000А/В, использующей преобразование между МЗСК и ГНСК, основанное на использовании точки весеннего равноденствия и гринвичского звездного времени, требуется одна из процедур, приведенных в разделе 4.5, которые реализованы в виде библиотеки подпрограмм SOFA (раздел 9). Они основаны на смещении СК МАС 2000, прецессии МАС 2000 (уравнение (39)) и уточненной нутаии МАС 2000А. Эти преобразования необходимо использовать с выражениями теории МАС 2006 для гринвичского звездного времени (см. уравнение (31) и таблицу 5.2 е).

7 Фундаментальные аргументы теории нутаии

7.1 Коэффициенты фундаментальных аргументов теории нутаии

Каждая из лунно-солнечных гармоник нутационного движения описывается пятью целочисленными параметрами, которые называются фундаментальными числами N_j , определяющими аргумент гармоник как линейную комбинацию из пяти фундаментальных аргументов F_j – переменных Делоне (1, 1', F, D, Ω): $ARGUMENT = \sum_{j=1}^5 N_j F_j$, где фундаментальные числа ($N_1, \dots, N_5$) – коэффициенты, определяющие аргумент гармоник. Каждый фундаментальный аргумент F_j является функцией времени, а угловая частота нутационной гармоник, описываемой аргументом, имеет вид:

$$\omega \equiv d(ARGUMENT)/dt \quad (41)$$

Частота, определенная таким образом, положительна для большинства гармоник и отрицательна для некоторых. Гармоники планетной нутаии отличаются от гармоник лунно-солнечной нутаии наличием дополнительных фундаментальных аргументов – параметров $F_6 - F_{13}$ (это средние долготы планет, включая Землю: $L_{Me}, L_{Ve}, L_E, L_{Ma}, L_J, L_{Sa}, L_U, L_{Ne}$ (см. таблицы 2а - 2b и 3b) и F_{14} (общая прецессия в долготе p_A) т.е. $ARGUMENT = \sum_{j=1}^{14} N_j F_j$.

На достаточно больших промежутках времени необходимо учитывать, что частота зависит от времени. Выражение для k^{moi} гармоник можно записать следующим образом:

$$ARGUMENT = \omega_k t + \beta_k \quad (42)$$

В таблицах модели нутаии МАС 2000, для каждого набора фундаментальных чисел и соответствующего значения аргумента (ARGUMENT), даны коэффициенты "в фазе" и "вне фазы" для гармоник нутаии в долготе $\Delta\psi$ и наклоне $\Delta\epsilon$, а также скорости их изменения для лунно-солнечных нутаий.

Различные таблицы коэффициентов для нутаии в долготе и наклоне не обязательно имеют совпадающие наборы фундаментальных нутационных чисел N_j . Эта свобода обозначений вызвана тем, что если переобозначить $\sum_{j=1}^5 N_j F_j \rightarrow -\sum_{j=1}^5 N_j F_j$ и одновременно с этим изменить знак у амплитуды при синусе ARGUMENT на противоположный, то результат вычислений нутаии в долготе и наклоне при этом не изменится.

В классических выражениях для фундаментальных аргументов F_1 - F_{14} для лунно-солнечных и планетных нутаций как функций времени величина t измерялась в TDB . Однако, изменения амплитуд нутаций из-за разницы $TDB - TT$ (которая для самой большой гармоник составляет $0,0017c \cdot \sin l'$) в нутационном аргументе $(\omega_k t + \beta_k)$, отвечающем за положение НПП, меньше $1 \cdot 10^{-8}''$, что существенно ниже требуемой точности в $10^{-6}''$. Следовательно, на практике TT можно использовать вместо TDB в выражениях для фундаментальных нутационных аргументов, как и в выражениях для прецессии (см. раздел 6.4). Это так же относится к неполиномиальной части уравнения (16) для координат НПП в ГНСК.

7.2 Разложение для фундаментальных аргументов лунно-солнечной нутации

Выражения для основных параметров нутации представлены в виде разложений, где t измеряется в юлианских столетиях TDB (таблицы 3.4 (b.3) и 3.5 (b) из [62]), основанные на значениях постоянных МСВЗ 1992 и [63] для прецессии.

$$\begin{aligned}
 F_1 \equiv l &= \text{Средняя аномалия Луны} \\
 &= 134,96340251^\circ + 17179115923,2178'' t + 31,8792'' t^2 \\
 &\quad + 0,051635'' t^3 - 0,00024470'' t^4, \\
 F_2 \equiv l' &= \text{Средняя аномалия Солнца} \\
 &= 357,52910918^\circ + 129596581,0481'' t - 0,5532'' t^2 \\
 &\quad + 0,000136'' t^3 - 0,00001149'' t^4, \\
 F_3 \equiv F &= L - \Omega \\
 &= 93,27209062^\circ + 1739527262,8478'' t - 12,7512'' t^2 \\
 &\quad + 0,001037'' t^3 + 0,00000417'' t^4, \\
 F_4 \equiv D &= \text{Средняя элонгация Луны от Солнца} \\
 &= 297,85019547^\circ + 1602961601,2090'' t - 6,3706'' t^2 \\
 &\quad + 0,006593'' t^3 - 0,00003169'' t^4, \\
 F_5 \equiv \Omega &= \text{Средняя долгота восходящего узла Луны} \\
 &= 125,04455501^\circ - 6962890,5431'' t + 7,4722'' t^2 \\
 &\quad + 0,007702'' t^3 - 0,00005939'' t^4,
 \end{aligned} \tag{43}$$

где, L – средняя долгота Луны.

Заметим, что для реализации теории нутации *MAC 2000A* в библиотеке подпрограмм *SOFA* используется программный код для полной модели *MHB2000* [57], лёгший в основу модели *MAC 2000A*. В частности, в *SOFA* используются исходные выражения *MHB2000* для переменных Делоне l' и D , отличающиеся от приведенных в (43) тем, что постоянный член округляется до пяти знаков (т. е. $1287104,79305''$ вместо $1287104,793048''$ в выражении для l и $1072260,70369''$ вместо $1072260,703692''$ в выражении для D , пересчитанные в микросекундах дуги). Положение НПП нечувствительно к этой разнице в $0,002''$ в нутационном аргументе на уровне погрешности не превосходящем $10^{-9}''$.

Следует также заметить, что реализация равноденствия теории нутации *MAC 2000A* в библиотеке *SOFA* основана на программном коде модели *MHB2000*, в котором опущены временные вариации параметров "вне фазы" (опущены члены с коэффициентами A_i''' и B_i''' в таблицах 3a и 3b, раздел 6.1). При этом вклад в погрешность положения НПП лишь чуть больше, чем $0,002''$ за сто лет.

7.3 Разложение для фундаментальных аргументов планетной нутации

Средние долготы планет, используемые в параметрах планетных нутаций, фактически те, что представлены в работе [20], основаны на теориях и постоянных VSOP82

[64] и ELP 2000 [65] разложениях (таблицы 5.8.1-5.8.8 из [62]). эти разложения даны в уравнении (44) в радианах с t в Юлианских столетиях.

Общая прецессия взята из работы [66].

$$\begin{aligned}
F_6 \equiv L_{Me} &= 4,402608842 + 2608,7903141574t, \\
F_7 \equiv L_{Ve} &= 3,176146697 + 1021,3285546211t, \\
F_8 \equiv L_E &= 1,753470314 + 628,3075849991t, \\
F_9 \equiv L_{Ma} &= 6,203480913 + 334,0612426700t, \\
F_{10} \equiv L_J &= 0,599546497 + 52,9690962641t, \\
F_{11} \equiv L_{Sa} &= 0,874016757 + 21,3299104960t, \\
F_{12} \equiv L_U &= 5,481293872 + 7,4781598567t, \\
F_{13} \equiv L_{Ne} &= 5,311886287 + 3,8133035638t, \\
F_{14} \equiv p_A &= 0,02438175t + 0,00000538691t^2.
\end{aligned} \tag{44}$$

Другой стороной строгого соответствия программ SOFA коду MHB2000 является использование упрощенных выражений для переменных Делоне F_1 - F_5 в выражениях для планетных фундаментальных аргументов. Максимальное смещение НПП, вызванное этим приближением составляет $0,013 \cdot 10^{-6''}$ дуги за одно столетие. В библиотеке SOFA также используется исходное выражение MHB2000 для долготы Нептуна, незначительно отличающееся от приведенного в (44), а именно $L_{Ne} = 5,321159000 + 3,812777400t$, вместо $L_{Ne} = 5,311886287 + 3,8133035638t$. Соответствующая погрешность в положении НПП не превосходит $0,01 \cdot 10^{-6''}$ за сто лет.

8 Амплитуды прямых и обратных нутаций

Величины $\Delta\psi(t)\sin\varepsilon_0$ и $\Delta\varepsilon(t)$ можно рассматривать как составляющие вращающегося двумерного вектора в средней экваториальной системе, с возрастающими положительными значениями $\Delta\psi$ вдоль оси X и $\Delta\varepsilon$ вдоль оси Y. Чисто периодические составляющие $\Delta\psi(t)\sin\varepsilon_0$ и $\Delta\varepsilon(t)$ для частоты ω_k состоят из элементов "в фазе" и "вне фазы", соответственно:

$$\begin{aligned}
(\Delta\psi^{ip}(t)\sin\varepsilon_0, \Delta\varepsilon^{ip}(t)) &= (\Delta\psi_k^{ip}\sin\varepsilon_0\sin(\omega_k t + \beta_k), \Delta\varepsilon_k^{ip}\cos(\omega_k t + \beta_k)), \\
(\Delta\psi^{op}(t)\sin\varepsilon_0, \Delta\varepsilon^{op}(t)) &= (\Delta\psi_k^{op}\sin\varepsilon_0\cos(\omega_k t + \beta_k), \Delta\varepsilon_k^{op}\sin(\omega_k t + \beta_k)).
\end{aligned} \tag{45}$$

Каждый из этих двух векторов может быть разложен на два равномерно вращающихся вектора, один из которых представляет собой круговую нутацию (вращающийся в направлении от положительной оси X к положительной оси Y) и другой, обратный первому, вращающийся в противоположном направлении. Разложение упрощается вынесением за скобки коэффициента q_k от ω_k из аргумента $(\omega_k t + \beta_k)$, так, что

$$q_k\omega_k \equiv |\omega_k| \tag{46}$$

и записывается

$$\omega_k t + \beta_k = q_k(|\omega_k| t + \beta_k) \equiv q_k\chi_k, \tag{47}$$

где χ_k линейно увеличивается со временем. Пара векторов (45), будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned}
(\Delta\psi^{ip}(t)\sin\varepsilon_0, \Delta\varepsilon^{ip}(t)) &= (q_k\Delta\psi_k^{ip}\sin\varepsilon_0\sin\chi_k, \Delta\varepsilon_k^{ip}\cos\chi_k), \\
(\Delta\psi^{op}(t)\sin\varepsilon_0, \Delta\varepsilon^{op}(t)) &= (\Delta\psi_k^{op}\sin\varepsilon_0\cos\chi_k, q_k\Delta\varepsilon_k^{op}\sin\chi_k).
\end{aligned} \tag{48}$$

Так как χ_k линейно увеличивается со временем, взаимно перпендикулярные единичные вектора $(\sin\chi_k; -\cos\chi_k)$ and $(\cos\chi_k; \sin\chi_k)$ вращаются в одном направлении, а вектора, полученные из них заменой χ_k на $-\chi_k$, а именно $(-\sin\chi_k; -\cos\chi_k)$ и $(\cos\chi_k; -\sin\chi_k)$ имеют противоположное вращение. При разделении этих векторов на составляющие "в фазе" и "вне фазы", получаем:

$$\begin{aligned}
(\Delta\psi^{ip}(t)\sin\varepsilon_0, \Delta\varepsilon^{ip}(t)) &= A_k^{pro\ ip}(\sin\chi_k, -\cos\chi_k) + A_k^{ret\ ip}(-\sin\chi_k, -\cos\chi_k), \\
(\Delta\psi^{op}(t)\sin\varepsilon_0, \Delta\varepsilon^{op}(t)) &= A_k^{pro\ op}(\cos\chi_k, \sin\chi_k) + A_k^{ret\ op}(\cos\chi_k, -\sin\chi_k),
\end{aligned} \tag{49}$$

где

$$\begin{aligned} A_k^{pro\ ip} &= 1/2 (q_k \Delta \psi_k^{ip} \sin \varepsilon_0 - \Delta \varepsilon_k^{ip}), \\ A_k^{ret\ ip} &= -1/2 (q_k \Delta \psi_k^{ip} \sin \varepsilon_0 + \Delta \varepsilon_k^{ip}), \\ A_k^{pro\ op} &= 1/2 (\Delta \psi_k^{op} \sin \varepsilon_0 - q_k \Delta \varepsilon_k^{op}), \\ A_k^{ret\ op} &= -1/2 (\Delta \psi_k^{op} \sin \varepsilon_0 + q_k \Delta \varepsilon_k^{op}). \end{aligned} \quad (50)$$

Из (49) получаем выражения для нутации в долготе и наклоне:

$$\begin{aligned} \Delta \psi_k^{ip} &= \frac{q_k}{\sin \varepsilon_0} (A_k^{pro\ ip} - A_k^{ret\ ip}), \\ \Delta \psi_k^{op} &= \frac{q_k}{\sin \varepsilon_0} (A_k^{pro\ op} + A_k^{ret\ op}), \\ \Delta \varepsilon_k^{ip} &= -(A_k^{pro\ ip} + A_k^{ret\ ip}), \\ \Delta \varepsilon_k^{op} &= q_k (A_k^{pro\ op} - A_k^{ret\ op}). \end{aligned} \quad (51)$$

Таким образом, вклад k -го члена нутации в положение небесного промежуточного полюса (НПП) в средней экваториальной системе, задается комплексной координатой

$$\Delta \psi(t) \sin \varepsilon_0 + i \Delta \varepsilon(t) = -i (A_k^{pro} e^{i\chi^k} + A_k^{ret} e^{-i\chi^k}), \quad (52)$$

где A_k^{pro} и A_k^{ret} – амплитуды прямых и обратных вращений, заданные согласно:

$$A_k^{pro} = A_k^{pro\ ip} + i A_k^{pro\ op}, \quad A_k^{ret} = A_k^{ret\ ip} + i A_k^{ret\ op}. \quad (53)$$

Разложение на прямые и обратные составляющие имеет важное значение для изучения роли резонанса в нутации, так как любой резонанс (особенно в случае с неупругой Землей) влияет на амплитуды A_k^{pro} и A_k^{ret} неодинаково.

В литературе [67] можно найти альтернативную форму записи, нередко используемую в аналитических формулировках теории нутации, а именно:

$$\Delta \varepsilon(t) + i \Delta \psi(t) \sin \varepsilon_0 = -i (A_k^{pro-} e^{-i\chi^k} + A_k^{ret-} e^{i\chi^k}), \quad (54)$$

где

$$A_k^{pro-} = A_k^{pro\ ip} - i A_k^{pro\ op}, \quad A_k^{ret-} = A_k^{ret\ ip} - i A_k^{ret\ op}. \quad (55)$$

Более подробную информацию можно найти в работах [68] и [69].

9 Алгоритмы переходов между МЗСК и ГНСК

Программное обеспечение для реализации преобразования систем координат, согласно модели МАС 2006/2000А разрабатывается и распространяется рабочей группой МАС "Стандарты фундаментальной астрономии" (SOFA) (<http://iau-sofa.hmnao.com/>). Программное обеспечение содержит подпрограммы различного уровня по сложности, позволяющие разработчикам выбирать между простотой использования, а также эффективностью и гибкостью вычислений. Программное обеспечение SOFA поддерживает два эквивалентных алгоритма для перехода от МЗСК к ГНСК и обратно, согласованных с Резолюциями МАС и предусмотренных в выражении (1), а именно: переход, основанный на использовании небесного промежуточного начала (НПН) и угла вращения Земли (т.е. на НПН, основанном на процедуре, описанной в разделах 4.1, 4.2 и 4.4, использующей параметры, описанные в разделе 5); и классическое преобразование, основанное на использовании точки весеннего равноденствия и гринвичского звездного времени (т.е. равноденствия, основанном на процедуре, описанной в разделах 4.1, 4.3 и 4.5 и использующем классические углы прецессии и нутации). Величиной, связывающей две системы является "уравнение начал", $\alpha_{CIO} - \alpha_{\gamma}$ (разница между прямыми восхождениями, α_{CIO} и α_{γ} , отнесенными к НПН и к точке весеннего равноденствия, соответственно), или, что равносильно – разность угла вращения Земли и гринвичского звездного времени (ERA–GST). Оба эти перехода совершаются по формуле (1), но каждый со своей парой матриц $Q(t)$ и $R(t)$ в классическом виде или виде, основанном на использовании НПН.

В обоих переходах используется одна и та же матрица движения полюса $W(t)$ из выражения (1), зависящая от координат земного полюса x_p, y_p . Ее можно получить с помощью подпрограммы POM00 из библиотеки SOFA с последующим транспонированием

результата (например, с помощью подпрограммы TR). Также необходима величина s' , моделируемая подпрограммой SP00.

Таблица 4. Некоторые из подпрограмм SOFA, разработанных для обеспечения правильного применения модели MAC 2006/2000A:

Подпрограмма	Действие
BP06	Вычисляет матрицу "из ГНСК в среднюю НСК", равную произведению матрицы смещения СК и матрицы прецессии для теории MAC 2006/2000A
C2I06A	Вычисляет матрицу "из ГНСК в ПНСК", MAC 2006/2000A
C2IXYS	Вычисляет матрицу "из ГНСК в ПНСК", а также X , Y и s
C2T06A	Вычисляет матрицу "из ГНСК в МЗСК", MAC 2006/2000A
C2TCIO	Вычисляет матрицу "из ГНСК в МЗСК", основанную на использовании НПН
EORS	Вычисляет уравнение начал и матрицу "из ГНСК в ЭСК" и s
ERA00	Вычисляет угол вращения Земли
GMST06	Вычисляет гринвичское среднее звездное время, MAC 2006
GST06A	Вычисляет гринвичское (истинное) звездное время, MAC 2006/2000A
NUM06A	Строит матрицу нутации, MAC 2006/2000A
NUT06A	Вычисляет углы нутации, MAC 2006/2000A
PNM06A	Матрица "из ГНСК в ЭСК", MAC2006/2000A
POM00	Строит матрицу движения полюса
SP00	Вычисляет величину s'
XY06	Вычисляет X , Y из полуаналитического ряда, MAC2006/2000A
XY06A	Вычисляет X , Y , s , MAC2006/2000A

Матрицей, учитывающей совместное влияние нутации, прецессии и смещения систем координат является матрица $Q(t)$ из выражения (1). Матрицей перехода, основанного на использовании НПН, является матрица "из ПНСК в ГНСК", которую можно получить после транспонирования матричного результата работы подпрограммы SOFA C2IXYS, используя координаты X , Y и величину s , которая определяет положение НПН. Величины X , Y и s MAC 2006/2000A вычисляются с помощью подпрограммы XY06A. В случае перехода, основанного на равноденствии, используется матрица "из эфемеридной системы координат (ЭСК) в ГНСК", аналогичная $Q(t)$. Для получения этой матрицы требуются нутационные составляющие $\Delta\psi$ и $\Delta\epsilon$, которые можно спрогнозировать используя теорию MAC 2000A, с поправками соответствующими теории прецессии MAC 2006 посредством подпрограммы SOFA NUT06A. Быстрее, но менее точно, прогнозы можно получить с помощью подпрограммы NUT00B, которая реализует усеченную модель. Когда известны величины $\Delta\psi$ и $\Delta\epsilon$, матрицу "из ЭСК в ГНСК" можно получить используя подпрограмму PN06 и выполнив транспонирование с помощью подпрограммы TR.

Осевое вращение является промежуточным элементом, определяющим матрицу $R(t)$ в выражении (1). Для трансформации, на основе НПН используется угол вращения Земли (ERA), который можно получить используя подпрограмму ERA00. Аналогом, в случае перехода на основе равноденствия, является гринвичское (наблюдаемое) звездное время. Его можно вычислить, вызвав подпрограмму SOFA GST06, с учетом полученной ранее матрицы перехода из ГНСК в ЭСК. Затем три параметра (матрицу прецессии/нутации, угол вращения Земли и матрицу движения полюса) объединили в окончательную матрицу перехода из МЗСК в ГНСК с помощью подпрограмм SOFA C2TCIO (на основе

НПН) или C2TEQX (на основе равенства), используя подпрограмму TR по мере необходимости.

Ниже изложены два метода формирования матрицы $Q(t)R(t)W(t)$ перехода от МЗСК к ГНСК и обратно, учитывающие ТТ и UT1. В каждом случае предполагается, что в теорию МАС 2006/2000А должны быть включены наблюдаемые незначительные поправки, ΔX , ΔY или $d\Delta\psi$, $d\Delta\epsilon$, имеющиеся в наличии.

Метод (1): переход на основе НПН

Переход на основе НПН является функцией координат X , Y небесного промежуточного полюса НПН и величины s .

Для известного значения земного времени ТТ, с помощью подпрограммы SOFA XY06 получаем координаты X , Y по модели МАС 2006/2000А, описанной в разделе 4, а затем величину s используя подпрограмму S06.

Теперь можно применить любые поправки ΔX , ΔY для коррекции X , Y , s и вызвать подпрограмму C2IXYS для получения матрицы перехода от ГНСК к НПСК. Следующей вызывается подпрограмма ERA00, вычисляющая Угол вращения Земли (ERA) по текущему всемирному времени UT1, который вводится как параметр R3 в подпрограмме RZ, формирующей матрицу перехода от НПСК к ЗПСК. Для получения матрицы перехода от МЗСК и обратно используется программа POM00, в которую необходимо ввести координаты земного полюса x_p , y_p и вычисленный с помощью программы SP00 угол s' .

Выполнение программы RXR объединяет полученные матрицы ("ГНСК в ЗПСК" и "ЗПСК в МЗСК") в матрицу перехода от ГНСК в МЗСК, инвертировать которую можно с помощью программы TR для получения окончательного результата.

Метод (2): переход на основе равенства

Классический переход, основанный на углах и использующий звездное время также возможен.

Учитывая звездное время ТТ, с помощью подпрограммы SOFA NUT06А можно вычислить углы нутации $\Delta\psi$, $\Delta\epsilon$. К этим углам можно применить любые поправки. Далее, с помощью подпрограммы PN06, получаем матрицу перехода от ГНСК к эфемеридной системе координат (ЭСК). В подпрограмме PN06 используется метод Фукушимы-Вильямса (по четырем угловым параметрам), упомянутый ранее в разделе 4.5.2. Классическая матрица перехода от ГНСК к ЭСК может быть также получена путём объединения отдельных матриц смещения систем координат, прецессии и нутации. Для получения элементов смещения системы координат, различных углов прецессии и нутации используются подпрограммы SOFA BI00, P06E и NUM06A, соответственно. Матрица $N \times P \times V$ формируется в подпрограмме RXR. Затем с помощью подпрограммы GST06 получаем звездное Гринвичское время (GST), соответствующее текущему UT1, которое вводится как параметр R3 в программе RZ, формирующей матрицу перехода от ЭСК к ЗПСК. По данным x_p , y_p и вычисленному с помощью подпрограммы SP00 углу s' получаем матрицу движения полюса (т.е. переход от ЗПСК к МЗСК), используя подпрограмму POM00. Выполнение подпрограммы RXR объединяет полученные матрицы ("ГНСК в ЗПСК" и "ЗПСК в МЗСК") в матрицу перехода от ГНСК в МЗСК, инвертировать которую можно с помощью программы TR для получения окончательного результата.

Оба метода можно сократить путём выбора между скоростью вычислений и точностью (см. [70]). В методе (2) теорию нутации можно заменить сокращенной МАС 2000В (см. раздел 5.1), вызвав подпрограмму NUT00В вместо NUT06А. В зависимости от применения, найти наилучшее компромиссное решение между скоростью и точностью можно проанализировав полный ряд полученных параметров для интерполяции.

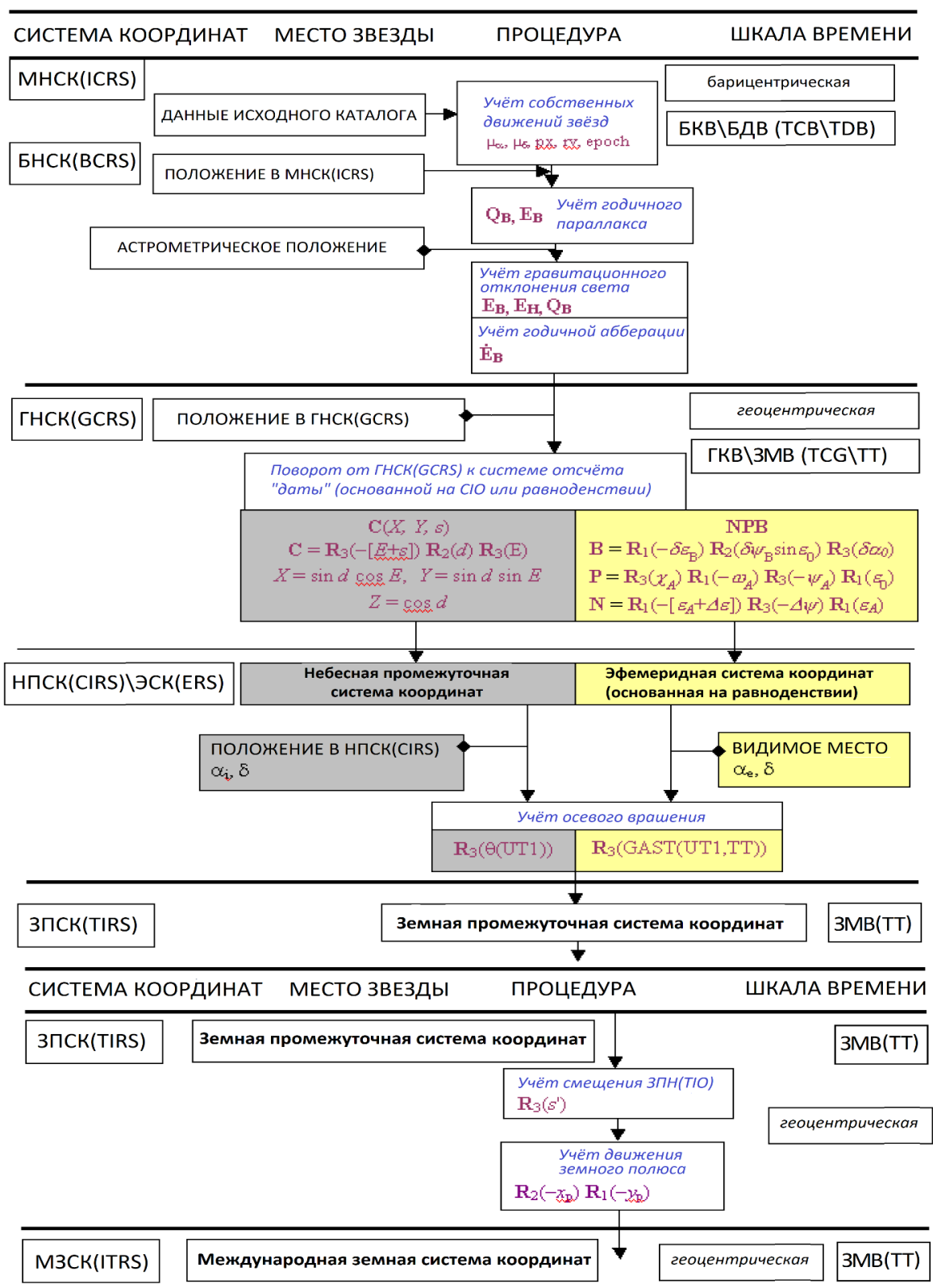


Рисунок 1. Блок-схема, иллюстрирующая процедуру перехода от небесной СК к земной СК (Схема разработана рабочей группой МАС "Терминология фундаментальной астрономии" 2006). Схема обобщает систему координат и элементы, связанные с этой системой, т.е. местоположение, процедуры/поправки, начало системы отсчета и шкалу времени. Синим шрифтом в рамке в колонке "Процедура" выделено применяемое действие/коррекция, а фиолетовым выделены величины необходимые для процедуры перехода. Переходы, основанные на использовании НПН и точки весеннего равноденствия выделены серой и желтой заливкой, соответственно.

10 Замечания по новой процедуре перехода от МЗСК к ГНСК

Переход между МЗСК и ГНСК, приведенный в этой главе стандартов МСВЗ, является частью общего преобразования для вычисления направлений на небесные объекты в промежуточных или земных системах координат. Процедура перехода от небесной (ICRS) к земной (ITRS) была уточнена в соответствии с повышением точности наблюдений. В блок-схеме (рисунок 1 из документов Рабочей группы МАС NFA [3]) использованы методы на основе НПН и равенства.

Цель этой схемы – показать переход "МНСК-к-БНСК-к-ГНСК-к-МЗСК" на основе общей теории относительности (Резолюция В1.3 МАС 2000) и параллельно переход на основе НПН и равенства (Резолюция В1.3 МАС 2000).

Как и прежде, используются небесные и земные промежуточные системы координат для перехода к земной СК (см. также [71]).

Небесный промежуточный полюс (CIP), реализованный в теории прецессии/нутаии МАС 2006/2000А, определяет экватор и условное промежуточное начало, заменяющее равенство. Координатами, определяющими положение в этой СК, являются промежуточное прямое восхождение и склонение, аналогично использовавшимся ранее видимому прямому восхождению и склонению.

Заключение

Стандарты МСВЗ определяют основные международные требования к обеспечению единства измерений в части определения ПВЗ. Поскольку отечественные стандарты должны быть согласованы (гармонизированы) с международными стандартами, настоящая публикация полезна и интересна как для сотрудников ГСВЧ, так и для потребителей информации о ПВЗ.

Литература.

- [1] IERS Conventions (2010). Gérard Petit and Brian Luzum (eds.). (IERS Technical Note; 36) Frankfurt am Main: Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie, 2010. 179 pp., ISBN 3-89888-989-6.
- [2] Capitaine N., Gambis D., McCarthy D. D., Petit G., Ray J., Richter B., Rothacher M., Standish M., and Vondrak J., (eds.), 2002, IERS Technical Note, 29, Proceedings of the IERS Workshop on the Implementation of the New IAU Resolutions, 2002, Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt am Main, <http://www.iers.org/iers/publications/tn/tn29/>, электронный ресурс.
- [3] Capitaine N., Andrei A., Calabretta M., Dehant V., Fukushima T., Guinot B., Hohenkerk C., Kaplan G., Klioner S., Kovalevsky J., Kumkova I., Ma C., McCarthy D., Seidelmann K., and Wallace P., 2007, "Proposed terminology in fundamental astronomy based on IAU 2000 resolutions," in Transactions of the IAU XXVIB, van der Hucht, K.A. (ed), 14, pp. 474-475, doi:10.1017/S1743921307011490.
- [4] Mathews P. M., Herring T. A., and Buffett B. A., 2002, "Modeling of nutation and precession: New nutation series for nonrigid Earth, and insights into the Earth's Interior," J. Geophys. Res., 107(B4), doi: 10.1029/2001JB000390.
- [5] Dehant V., Arias F., Bizouard Ch., Bretagnon P., Brzezinski A., Buffett B., Capitaine N., De-fraigne P., de Viron O., Feissel M., Fliegel H., Forte A., Gambis D., Getino J., Gross R., Herring T., Kinoshita H., Klioner S., Mathews P. M., McCarthy D., Moisson X., Petrov S., Ponte

- R. M., Roosbeek F., Salstein D., Schuh H., Seidelmann K., Soffel M., Souchay J., Vondrak J., Wahr J. M., Wallace P., Weber R., Williams J., Yatskiv Y., Zharov V. and Zhu S. Y., 1999, "Considerations concerning the nonrigid Earth nutation theory," *Celest. Mech. Dyn. Astr.*, 72(4), pp. 245-310, doi:10.1023/A:1008364926215.
- [6] Capitaine N., Guinot B., and McCarthy D. D., 2000, "Definition of the Celestial Ephemeris origin and of UT1 in the International Celestial Reference Frame," *Astron. Astrophys.*, 355(1), pp. 398-405.
 - [7] Guinot B., 1979, "Basic Problems in the Kinematics of the Rotation of the Earth," in *Time and the Earth's Rotation*, McCarthy, D. D. and Pilkington, J. D. (eds.), D. Reidel Publishing Company, pp. 7-18.
 - [8] Wallace P. T., 1998, "SOFA: Standards of Fundamental Astronomy", *Highlights of Astronomy*, Vol. 11A, J. Andersen (ed.), Kluwer Academic Publishers, p. 191.
 - [9] Hilton J.L., Capitaine N., Chapront J., Ferrandiz J.M., Fienga A., Fukushima T., Getino J., Mathews P., Simon J.-L., Soffel M., Vondrak J., Wallace P., and Williams J., 2006, "Report of the International Astronomical Union Division I Working Group on Precession and the Ecliptic", *Celest. Mech. Dyn. Astron.*, 94(3), pp. 351-367, doi:10.1007/s10569-006-0001-2.
 - [10] Capitaine N., Wallace P. T. and Chapront J., 2003c, "Expressions for IAU 2000 precession quantities," *Astron. Astrophys.*, 412(2), pp. 567-586, doi:10.1051/0004-6361:20031539.
 - [11] Capitaine N. and Wallace P. T., 2006, "High precision methods for locating the celestial intermediate pole and origin," *Astron. Astrophys.*, 450, pp. 855-872, doi:10.1051/0004-6361:20054550.
 - [12] Capitaine N., 1990, "The celestial pole coordinates," *Celest. Mech. Dyn. Astr.*, 48(2), pp. 127-143, doi:10.1007/BF00049510.
 - [13] Lieske J. H., Lederle T., Fricke W., and Morando B., 1977, "Expressions for the Precession Quantities Based upon the IAU (1976) System of Astronomical Constants," *Astron. Astrophys.*, 58(1-2), pp. 1-16.
 - [14] Fukushima T., 2003, "A new precession formula," *Astron. J.*, 126, pp. 494-534.
 - [15] Williams J. G., 1994, "Contributions to the Earth's obliquity rate, precession, and nutation," *Astron. J.*, 108(2), pp. 711-724, doi:10.1086/117108.
 - [16] Ray R. D., Steinberg D. J., Chao B. F., and Cartwright D. E., 1994, "Diurnal and semi-diurnal variations in the Earth's rotation rate induced by oceanic tides", *Science*, 264(5160), 830-832, doi:10.1126/science.264.5160.830.
 - [17] Bretagnon P., Rocher P., and Simon J.-L., 1997, "Theory of the rotation of the rigid Earth," *Astron. Astrophys.*, 319(1), pp. 305-317.
 - [18] Folgueira M., Souchay J., and Kinoshita H., 1998, "Effects on the nutation of the non-zonal harmonics of third degree," *Celest. Mech. Dyn. Astr.*, 69(4), pp. 373-402, doi:10.1023/A:1008298122976.

- [19] Folgueira M., Souchay J., and Kinoshita H., 1998, "Effects on the nutation of C4m and S4m harmonics," *Celest. Mech. Dyn. Astr.*, 70(3), pp. 147-157, doi:10.1023/A:1008383423586.
- [20] Souchay J., Loysel B., Kinoshita H., and Folgueira M., 1999, "Corrections and new developments in rigid Earth nutation theory: III. Final tables REN-2000 including crossed-nutation and spin-orbit coupling effects," *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, 135(1), pp. 111{131, doi:10.1051/aas:1999446.
- [21] Roosbeek F., 1999, "Diurnal and sub-diurnal terms in RDAN97 series," *Celest. Mech. Dyn. Astr.*, 74(4), pp. 243-252, doi:10.1023/A:1008312424283.
- [22] Bizouard Ch., Folgueira M., and Souchay J., 2000, "Comparison of the short period rigid Earth nutation series," in *Proc. IAU Colloquium 178, Publications of the Astron. Soc. Pac. Conf. Ser.*, Vol. 208, Dick, S., McCarthy, D., and Luzum, B. (eds.), pp. 613-617.
- [23] Bizouard Ch., Folgueira M., and Souchay J., 2001, "Short periodic nutations: comparison between series and influence on polar motion," in *Proc. Of the Journees 2000 - Systems de Reference Spatio-Temporels*, Capitaine, N. (ed.), Observatoire de Paris, pp. 260-265.
- [24] Getino J., Ferrandiz J. M., and Escapa A., 2001, "Hamiltonian theory for the non-rigid Earth: semi-diurnal terms," *Astron. Astrophys.*, 370(1), pp. 330-341.
- [25] Escapa A., Getino J., and Ferrandiz J. M., 2002, "Indirect effect of the triaxiality in the Hamiltonian theory for the rigid Earth nutations," *Astron. Astrophys.*, 389(3), pp. 1047-1054, doi: 10.1051/0004-6361:20020734.
- [26] Escapa A., Getino J., and Ferrandiz J. M., 2003, "Inuence of the triaxiality of the non-rigid Earth on the J2 forced nutations," in *Proc. of the Journees 2001 - Systemes de Reference Spatio-temporels*, N. Capitaine (ed.), Observatoire de Paris, pp. 275-281.
- [27] Chao B. F., Dong D. N., Liu H. S., and Herring T. A., 1991, "Libration in the Earth's rotation," *Geophys. Res. Letters*, 18, No. 11, 2007-2010, doi:10.1029/91GL02491.
- [28] Folgueira M., Bizouard C., and Souchay J., 2001, "Diurnal and sub-diurnal luni-solar nutations: comparisons and effects," *Celest. Mech. Dyn. Astr.*, 81(3), pp. 191-217, doi:10.1023/A:1013290523560.
- [29] Brzezinski A., July 2002, Circular 2, IAU Commission 19 WG "Precession-nutation".
- [30] Brzezinski A. and Mathews P. M., 2003, "Recent advances in modeling the lunisolar perturbation in polar motion corresponding to high frequency nutation: report on the discussion of the IAU Commission 19 WG on Nutation," in *Proc. of the Journees 2002 - Systemes de Reference Spatio-temporels*, N. Capitaine and M. Stavinschi (eds.), Observatoire de Paris, pp. 101-108.
- [31] Brzezinski A., 2001, Diurnal and sub-diurnal terms of nutation: a simple theoretical model for a nonrigid Earth," in *Proc. of the Journees 2000 – Systemes de Refrence Spatio-temporels*, N. Capitaine (ed.), Observatoire de Paris, pp. 243-251.

- [32] Brzezinski A. and Capitaine N., 2003, "Lunisolar perturbations in Earth rotation due to the triaxial figure of the Earth: geophysical aspects," in Proc. of the Journees 2001 - Systemes de Reference Spatio-temporels, N. Capitaine (ed.), Observatoire de Paris, pp. 51-58.
- [33] Mathews P. M. and Bretagnon P., 2003, "High frequency nutation," in Proc. Of the Journees 2001 - Systemes de Reference Spatio-temporels, N. Capitaine (ed.), Observatoire de Paris, pp. 28-33.
- [34] Getino J., Ferrandiz J. M., and Escapa A., 2001, "Hamiltonian theory for the non-rigid Earth: semi-diurnal terms," *Astron. Astrophys.*, 370(1), pp. 330-341.
- [35] Escapa A., Getino J., and Ferrandiz J. M., 2002, "Indirect effect of the triaxiality in the Hamiltonian theory for the rigid Earth nutations," *Astron. Astrophys.*, 389(3), pp. 1047-1054, doi: 10.1051/0004-6361:20020734.
- [36] Mathews P. M. and Bretagnon P., 2003, "High frequency nutation," in Proc. Of the Journees 2001 - Systemes de Reference Spatio-temporels, N. Capitaine (ed.), Observatoire de Paris, pp. 28-33.
- [37] Brzezinski A. and Capitaine N., 2003, "Lunisolar perturbations in Earth rotation due to the triaxial figure of the Earth: geophysical aspects," in Proc. of the Journees 2001 - Systemes de Reference Spatio-temporels, N. Capitaine (ed.), Observatoire de Paris, pp. 51-58.
- [38] Tapley B. D., Watkins M. M., Ries J. C., Davis G. W., Eanes R. J., Poole S. R., Rim H. J., Schutz B. E., Shum C. K., Nerem R. S., Lerch F. J., Marshall J. A., Klosko S. M., Pavlis N. K. and Williamson R. G., 1996, "The Joint Gravity Model 3," *J. Geophys. Res.*, 101(B12), pp. 28029-28049, doi:10.1029/96JB01645.
- [39] Capitaine N., Guinot B., and Souchay J., 1986, "A Non-rotating Origin on the Instantaneous Equator: Definition, Properties and Use," *Celest. Mech.*, 39(3), pp. 283-307, doi:10.1007/BF01234311.
- [40] Lambert S. and Bizouard C., 2002, "Positioning the Terrestrial Ephemeris Origin in the International Terrestrial Reference Frame," *Astron. Astrophys.*, 394(1), pp. 317-321, doi:10.1051/0004-6361:20021139.
- [41] Tisserand F., 1891, *Traite de Mecanique Celeste*, Tome II, Paris, Gauthier-Villars, 1891.
- [42] Kinoshita H., 1977, "Theory of the rotation of the rigid Earth," *Celest. Mech.* 15(3), 277-326, doi:10.1007/BF01228425.
- [43] Wunsch J., 1991, "Small waves in UT1 caused by the inequality of the equatorial moments of inertia A and B of the Earth," *Astron. Nachr.*, 312(5), 321-325, doi:10.1002/asna.2113120510.
- [44] Chao B. F., Ray R. D., Gipson J. M., Egbert, G. D., and Ma, C., 1996, "Diurnal/semi-diurnal polar motion excited by oceanic tidal angular momentum," *J. Geophys. Res.*, 101(B9), 20151-20163, doi:10.1029/96JB01649.

- [45] Brzezinski A. and Capitaine N., 2010, "Semi-diurnal signal in UT1 due to the influence of tidal gravitation on the triaxial structure of the Earth," in *Highlights of Astronomy*, 15, Ian F. Corbett (ed.).
- [46] Capitaine N., Chapront J., Lambert S., and Wallace P., 2003a, "Expressions for the Celestial Intermediate Pole and Celestial Ephemeris Origin consistent with the IAU 2000A precession-nutation model," *Astron. Astrophys.*, 400(3), pp. 1145-1154, doi:10.1051/0004-6361:20030077.
- [47] Standish E. M., 1981, "Two differing definitions of the dynamical equinox and the mean obliquity," *Astron. Astrophys.*, 101, pp. L17-L18.
- [48] Chapront J., Chapront-Touze M., and Francou G., 2002, "A new determination of lunar orbital parameters, precession constant and tidal acceleration from LLR measurements," *Astron. Astrophys.*, 387(2), pp. 700-709, doi:10.1051/0004-6361:20020420.
- [49] Lieske J. H., Lederle T., Fricke W., and Morando B., 1977, "Expressions for the Precession Quantities Based upon the IAU (1976) System of Astronomical Constants," *Astron. Astrophys.*, 58(1-2), pp. 1-16.
- [50] Capitaine N., Wallace P. T., and McCarthy, D. D., 2003b, "Expressions to implement the IAU 2000 definition of UT1," *Astron. Astrophys.*, 406(3), pp. 1135-1149, doi:10.1051/0004-6361:20030817.
- [51] Aoki S. and Kinoshita H., 1983, "Note on the relation between the equinox and Guinot's non-rotating origin," *Celest. Mech.*, 29(4), pp. 335-360, doi:10.1007/BF01228528.
- [52] Capitaine N. and Gontier A.M., 1993, "Accurate procedure for deriving UT1 at a submilliarcsecond accuracy from Greenwich Sidereal Time or from the stellar angle," *Astron. Astrophys.*, 275, pp. 645-650.
- [53] Wallace P. T., Capitaine N., 2006, "Precession-nutation procedures consistent with IAU 2006 resolutions", *Astron. Astrophys.*, 459(3), pp. 981-985, doi:10.1051/0004-6361:20065897.
- [54] Aoki S., Guinot B., Kaplan G. H., Kinoshita, H., Mc Carthy, D. D., and Seidelmann, P. K., 1982, "The New Definition of Universal Time," *Astron. Astrophys.*, 105(2), pp. 359-361.
- [55] Capitaine N., Mathews P. M., Dehant V., Wallace, P. T. and Lambert, S. B., 2009, "On the IAU 2000/2006 precession-nutation and comparison with other models and VLBI observations," *Celest. Mech. Dyn. Astr.*, 103, 2, pp. 179-190, doi:10.1007/s10569-008-9179-9.
- [56] Herring T. A., Mathews P. M., and Buffett B. A., 2002, "Modeling of nutationprecession: Very long baseline interferometry results," *J. Geophys. Res.*, 107(B4), doi: 10.1029/2001JB000165.
- [57] Buffett B. A., Mathews P. M., and Herring T., 2002, "Modeling of nutation and precession: Effects of electromagnetic coupling," *J. Geophys. Res.*, 107(B4), doi: 10.1029/2000JB000056.
- [58] Fukushima T., 1991, "Geodesic Nutation," *Astron. Astrophys.*, 244(1), pp. L11-L12.

- [59] McCarthy D. D. and Luzum B. J., 2003, "An Abridged Model of the Precession-Nutation of the Celestial Pole," *Celest. Mech. Dyn. Astr.*, 85(1), pp. 37-49, doi:10.1023/A:1021762727016.
- [60] Brumberg V. A., 1991, *Essential Relativistic Celestial Mechanics*, Adam Hilger Pub. Brzeziński, A., 2001, "Diurnal and sub-diurnal terms of nutation: a simple theoretical model for a nonrigid Earth," in *Proc. of the Journées 2000 - Systemes de Reference Spatio-temporels*, N. Capitaine (ed.), Observatoire de Paris, pp. 243-251.
- [61] Williams, J. G., 1994, "Contributions to the Earth's obliquity rate, precession, and nutation," *Astron. J.*, 108(2), pp. 711-724, doi:10.1086/117108.
- [62] Simon J.L., Bretagnon P., Chapront J., Chapront-Touze M., Francou G., and Laskar J., 1994, "Numerical Expressions for Precession Formulae and Mean Elements for the Moon and the Planets," *Astron. Astrophys.*, 282(2), pp. 663-683.
- [63] Williams J. G., Newhall X. X. and Dickey J. O., 1991, "Luni-solar precession: determination from lunar laser ranges," *Astron. Astrophys.*, 241(1), pp. L9-L12.
- [64] Bretagnon P., 1982, "Theorie du mouvement de l'ensemble des planètes. Solution VSOP82," *Astron. Astrophys.*, 114(2), pp. 278-288.
- [65] Chapront-Touze M. and Chapront, J., 1983, "The lunar ephemeris ELP 2000," *Astron. Astrophys.*, 124(1), pp. 50-62.
- [66] Kinoshita H. and Souchay J., 1990, "The theory of the nutation for the rigid Earth model at the second order," *Celest. Mech. Dyn. Astron.*, 48(3), pp. 187-265, doi:10.1007/BF02524332.
- [67] Wahr J. M. 1981, "The forced nutations of an elliptical, rotating, elastic and oceanless Earth," *Geophys. J. Roy. astr. Soc.*, 64(3), pp. 705-727, doi: 10.1111/j.1365-246X.1981.tb02691.x.
- [68] Defraigne P., Dehant V., and Paquet P., 1995, "Link between the retrograde prograde nutations and nutations in obliquity and longitude," *Celest. Mech. Dyn. Astr.*, 62(4), pp. 363-376, doi:10.1007/BF00692286.
- [69] Bizouard Ch., Brzezinski A., and Petrov S., 1998, "Diurnal atmospheric forcing and temporal variations of the nutation amplitudes," *J. Geod.*, 72(10), pp. 561-577, doi:10.1007/s001900050195.
- [70] Capitaine N. and Wallace P. T., 2008, "Concise CIO based precession-nutation formulations," *Astron. Astrophys.*, 478(1), pp. 277-284. doi:10.1051/0004-6361:20078811.
- [71] Seidelmann P. K. and Kovalevsky J., 2002, "Application of the new concepts and definitions (ICRS, CIP and CEO) in fundamental astronomy," *Astron. Astrophys.*, 392(1), pp. 341-351, doi:10.1051/0004-6361:20020931.